



**SKRIPSI – TK141581**

**PERMODELAN DAN SIMULASI PROSES EKSTRAKSI  
ALUMINIUM DARI LUMPUR PDAM DI DALAM  
TANGKI BERPENGADUK**

**Oleh :**

**Michael Adi Wijaya  
NRP. 2311 100 172**

**Raymond S. Djuardi  
NRP. 2311 100 174**

**Dosen Pembimbing  
Siti Nurkhamidah, ST., MS., Ph.D  
NIP. 1984 05 08 2009 12 2004**

**Prof. Dr. Ir. Ali Altway, M.Sc.  
NIP. 1951 08 04 1974 12 1001**

**JURUSAN TEKNIK KIMIA  
FAKULTAS TEKNOLOGI INDUSTRI  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA 2015**



**SKRIPSI – TK141581**

**PERMODELAN DAN SIMULASI PROSES EKSTRAKSI  
ALUMINIUM DARI LUMPUR PDAM DI DALAM  
TANGKI BERPENGADUK**

**Oleh :**

**Michael Adi Wijaya  
NRP. 2311 100 172**

**Raymond S. Djuardi  
NRP. 2311 100 174**

**Dosen Pembimbing  
Siti Nurkhamidah, ST., MS.,Ph.D  
NIP. 1984 05 08 2009 12 2004**

**Prof. Dr. Ir. Ali Altway, M.Sc.  
NIP. 1951 08 04 1974 12 1001**

**JURUSAN TEKNIK KIMIA  
FAKULTAS TEKNOLOGI INDUSTRI  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA 2015**





**FINAL PROJECT – TK141581**

**THE MODELING AND SIMULATION OF ALUMINUM  
EXTRACTION PROCESS OF THE PDAM MUD IN THE  
AGITATED TANK**

**Written by:**

**Michael Adi Wijaya  
NRP. 2311 100 172**

**Raymond S. Djuardi  
NRP. 2311 100 174**

**Advisor Lecturer:**

**Siti Nurkhamidah, ST., MS., Ph.D  
NIP. 1984 05 08 2009 12 2004**

**Prof. Dr. Ir. Ali Altway, M.Sc.  
NIP. 1951 08 04 1974 12 1001**

**CHEMICAL ENGINEERING DEPARTMENT  
FACULTY OF INDUSTRIAL TECHNOLOGY  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA 2015**

## LEMBAR PENGESAHAN

### PERMODELAN DAN SIMULASI PROSES EKSTRAKSI ALUMINIUM DARI LUMPUR PDAM DI DALAM TANGKI BERPENGADUK

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Memperoleh Gelar  
Sarjana Teknik pada Program Studi S-1 Jurusan Teknik Kimia  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:

**Michael Adi Wijaya**

**2311100172**

**Raymond S. Djuardi**

**2311100174**

Disetujui oleh Tim Penguji Tugas Akhir:

1. Siti Nurkhamidah, ST, MS, Ph.D

 ( Pembimbing 1)

2. Prof. Dr. Ir. Ali Altway, MSc

 ( Pembimbing 2)

3. Prof. Dr. Ir. Sugeng Winardi, M.Eng

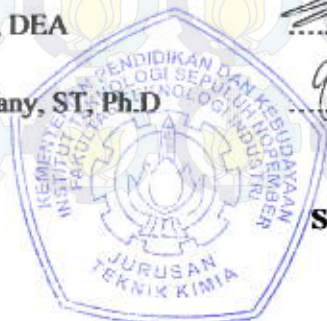
 (Penguji 1)

4. Dr.Ir. Susianto, DEA

 (Penguji 2)

5. Fadlilatul Taufany, ST, Ph.D

 (Penguji 3)



**Surabaya, Juli 2015**

# PERMODELAN DAN SIMULASI PROSES EKSTRAKSI ALUMINIUM DARI LUMPUR PDAM DI DALAM TANGKI BERPENGADUK

**Dosen Pembimbing : Siti Nurkhamidah, ST., MS.,Ph.D**

**Prof. Dr. Ir. Ali Altway, M.Sc.**

**Disusun oleh**

**: Michael Adi Wijaya 2311100172**

**Raymond S. Djiuardi 2311100174**

## ABSTRAK

Air bersih di perkotaan umumnya disuplai oleh perusahaan daerah air minum (PDAM) menggunakan air sungai sebagai air bakunya dan aluminium sulfat atau *alum* ( $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 18\text{H}_2\text{O}$ ) dan poli aluminium klorida atau PACl ( $[\text{Alm}(\text{OH})_n(\text{H}_2\text{O})_x] \cdot \text{Cl}_{3m-n}$  ( $n \leq 3m$ )) sebagai media penggumpal (koagulan) partikel-partikel kecil tersuspensi menjadi gumpalan-gumpalan (flok) yang lebih besar. Flok yang terbentuk kemudian dipisahkan dari air bersih dan dibuang sebagai Limbah Padat Lumpur (LPL). Hingga saat ini LPL masih menimbulkan permasalahan tersendiri bagi PDAM karena semakin besar debit air yang diolah dengan kandungan konsentrasi padatan yang tinggi, maka diperlukan koagulan dalam jumlah yang besar dan jumlah LPL yang dihasilkan juga semakin besar. Untuk mengatasi masalah ini maka perlu dilakukan penelitian lebih lanjut dalam pemanfaatan kembali (*recovery*) koagulan (PACl) yang terkandung dalam LPL PDAM. Salah satu metode pemanfaatan kembali LPL PDAM adalah dengan ekstraksi padat cair (*leaching*) dengan larutan asam sebagai pelarut LPL. Namun untuk studi mengenai model simulasi *recovery* koagulan (PACl) dari LPL belum banyak dilakukan. Untuk itu penelitian ini bermaksud untuk membuat model matematika dari *recovery* koagulan dari LPL pada proses *leaching* dalam tangki berpengaduk. Model matematika yang

digunakan dalam penelitian ini adalah *shrinking core model* (SCM) dengan asumsi partikel LPL PDAM berbentuk bola.

Dari hasil simulasi yang didapatkan, dapat dilihat bahwa semakin lama waktu ekstraksi semakin besar pula %*recovery* yang didapat karena semakin lama waktu kontak pelarut dengan padatan namun pada waktu tertentu kenaikan %*recovery* akan mendekati konstan karena padatan sudah tidak dapat diekstraksi lagi. Semakin tinggi suhu, semakin tinggi % *recovery* yang diperoleh disebabkan koefisien transfer massa antara fluida dengan partikel ( $k_c$ ), konstanta kecepatan reaksi ( $k$ ), dan difusivitas ( $D_e$ ) yang semakin meningkat dengan naiknya suhu. Selain itu peningkatan konsentrasi pelarut juga berpengaruh terhadap semakin besarnya % *recovery* disebabkan semakin banyak aluminium yang dapat diekstrak. Hasil simulasi ini telah dibandingkan dengan hasil eksperimen dengan rentang % *error* pada pengaruh waktu terhadap % *recovery* sebesar (0,76% - 22.57%), pada pengaruh suhu terhadap % *recovery* sebesar 0,0075% - 0.038%, dan pada pengaruh konsentrasi terhadap % *recovery* sebesar 0,22% - 35,76%.

**Kata kunci:** *Limbah Padat Lumpur, Leaching, Shrinking Core Model*



# **THE MODELING AND SIMULATION OF ALUMINUM EXTRACTION PROCESS OF THE PDAM MUD IN THE AGITATED TANK**

**Advisor Lecturer** : Siti Nurkhamidah, ST., MS.,Ph.D  
Prof. Dr. Ir. Ali Altway, M.Sc.  
**Written by** : Michael Adi Wijaya 2311100072  
Raymond S. Djiuardi 2311100174

## **ABSTRACT**

Clean water in urban areas are generally supplied by local water company ( PDAM ) using river water as raw water and aluminum sulfate or alum ( $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 18\text{H}_2\text{O}$ ) poly aluminum chloride or PACl ( $[\text{Alm}(\text{OH})_n(\text{H}_2\text{O})_x] \cdot \text{Cl}_{3m-n}$  ( $n \leq 3m$ )) as a coagulant media of small suspended particles into larger clumps (flock). Flock formed is then separated from clean water and disposed as mud solid waste. LPL still pose a problem for PDAM because the larger discharge treated water containing high solids concentration, it is necessary coagulant in large numbers and the amount of LPL produced also increases. To solve this problem it is necessary to conduct further research about recovery coagulant (PACl) that contained in the LPL PDAM. The solid liquid extraction (leaching) with an acid solution as solvent is one of methods to recover LPL PDAM. But for the study of the simulation model recovery coagulant (PACl) of LPL has not been done. The objective of this study is to create a mathematical model of coagulant recovery of LPL on leaching process in the agitated tank. The mathematical model used in this study is shrinking core model (SCM) assuming particles LPL PDAM is spherical.

From the simulation results , it can be seen that the longer of extraction time will increase % recovery because the contact time between solid and solvent is increase. But at a certain time, the increment of % recovery will be approximately constant because the solids could no longer be extracted. The

higher of temperature, the higher % recovery is obtained due to the mass transfer coefficient between fluids with particles ( $k_c$ ), the reaction rate constants ( $k$ ), and diffusivity ( $D_e$ ) which increases with rising temperature. Besides that, the increased concentration of the solvent also affects to the % recovery get higher due to the more aluminum that can be extracted. The simulation results were compared with experimental results with a range of % error on the effect of time to the % recovery is 0.76% - 22.57%, The effect of temperature to % recovery is 0.0075% - 0.038%, and the effect of concentration to % recovery is 0.22% - 35.76%.

**Keywords:** *Limbah Padat Lumpur, Leaching, Shrinking Core Model*

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Tuhan Yang Maha Esa atas berkat anugerah ilmu, kesempatan, hidayah, dan rahmatNya sehingga kami dapat menyelesaikan laporan skripsi kami dengan judul :

### **“PERMODELAN DAN SIMULASI PROSES EKSTRAKSI ALUMINIUM DARI LUMPUR PDAM DI DALAM TANGKI BERPENGADUK”**

Laporan skripsi ini merupakan salah satu syarat untuk memperoleh gelar kesarjanaan di Jurusan Teknik Kimia FTI – ITS Surabaya. Pada kesempatan kali kami mengucapkan terima kasih atas segala bantuannya dalam pengerjaan laporan skripsi ini, kepada :

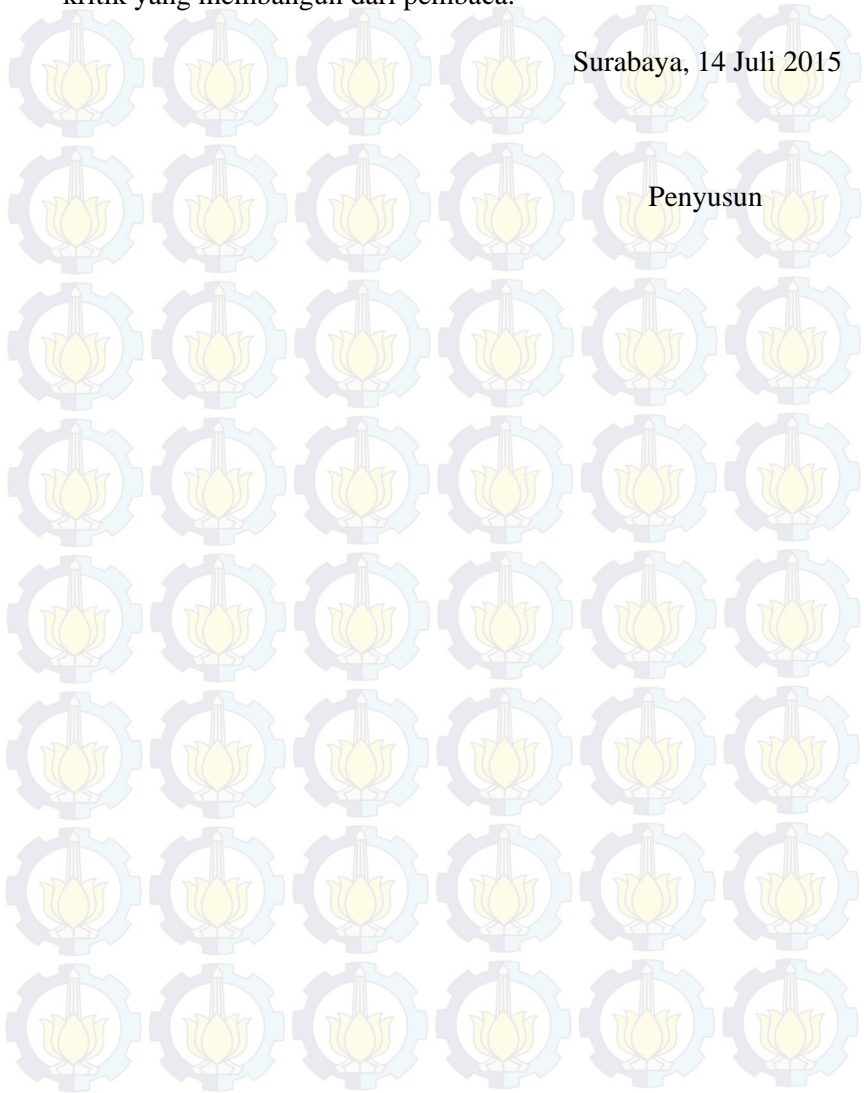
1. Prof. Dr. Ir. Tri Widjaja, M.Eng selaku Ketua Jurusan Teknik Kimia FTI – ITS.
2. Prof. Dr. Ir. Ali Altway, MS selaku Kepala Laboratorium Perpindahan Panas dan Massa
3. Siti Nurkhamidah, ST., MS.,Ph.D dan Prof. Dr. Ir. Ali Altway, M.S., selaku dosen pembimbing kami atas bimbingan dan saran yang telah diberikan.
4. Bapak/Ibu dosen penguji atas saran dan dukungan agar skripsi ini menjadi lebih baik.
5. Seluruh dosen dan karyawan Jurusan Teknik Kimia FTI – ITS.
6. Pak Agus Mirwan yang selalu membantu dan mendukung kami.
7. Kedua orang tua kami dan keluarga yang telah banyak memberikan dukungan.
8. Rekan-rekan seperjuangan dari Laboratorium Perpindahan Panas dan Massa,
9. Teman-teman seangkatan K-51 yang telah memberikan dukungan kepada kita

Kami menyadari materi yang kami sajikan ini masih jauh daripada sempurna, masih banyak kekurangan dan perlu

perbaikan, untuk itu penyusun sangat mengharapkan saran dan kritik yang membangun dari pembaca.

Surabaya, 14 Juli 2015

Penyusun





## DAFTAR ISI

Halaman Judul	i
Lembar Pengesahan	iii
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR TABEL	
DAFTAR NOTASI	
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan dan Manfaat Penelitian	3
1.4.1 Tujuan Penelitian	3
1.4.2 Manfaat Penelitian	4
BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Limbah Padat Lumpur Instalasi Pengolahan Air (LPL IPA)	5
2.2 Ekstraksi Padat Cair ( <i>leaching</i> )	11
2.3 Permodelan Matematis Proses Ekstraksi	16
BAB III METODE PENELITIAN	
3.1 Rancangan Penelitian	37
3.2 Permodelan Matematis <i>Agitated Leaching</i>	38
3.2.1 <i>Shrinking core model</i> dengan reaksi kimia	39
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	
4.1 Pengaruh lama pengadukan ekstraksi terhadap % <i>recovery</i> aluminium	43
4.2 Pengaruh suhu terhadap % <i>recovery</i> aluminium	45
4.3 Pengaruh Konsentrasi Pelarut HCl Terhadap % <i>Recovery</i> Aluminium	47

BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN	
5.1 Kesimpulan	49
5.2 Saran	50
DAFTAR PUSTAKA	xv
APPENDIKS A	A-1
APPENDIKS B	B-1
APPENDIKS C	C-1
APPENDIKS D	D-1

## DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Komposisi kimia LPL IPA	8
Tabel 2.2	Perkembangan Penggunaan SCM model pada <i>agitated leaching</i>	20
Tabel 4.1	Nilai Parameter $k_c$ , $k$ , dan $D_e$ Pada Suhu (30 °C, 50 °C, 70 °C, dan 90 °C)	46
Tabel B.1	Pengaruh waktu ekstraksi terhadap % <i>recovery</i>	B-1
Tabel B.2	Pengaruh suhu terhadap % <i>recovery</i>	B-1
Tabel B.3	Pengaruh konsentrasi pelarut HCL terhadap % <i>recovery</i>	B-1



Halaman sengaja dikosongkan

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Proses terbentuknya endapan lumpur	6
Gambar 2.2 Sistem IPA 1 A Yani PDAM Bandarmasih Banjarmasin KAL-SEL	10
Gambar 2.3 Sistem IPA 2 Pramuka PDAM Bandarmasih Banjarmasin KAL-SEL	10
Gambar 2.4 Mekanisme sederhana proses <i>leaching</i>	12
Gambar 2.5 Skema padatan berongga	15
Gambar 2.6 Proses Pemodelan	17
Gambar 2.7 SCM Model	18
Gambar 2.8 SCM model models untuk ekstraksi superkritis zat terlarut dari matriks padatan	19
Gambar 3.1 Alur rancangan penelitian secara umum	37
Gambar 3.2 Flow chart model ekstraksi aluminium dalam tangki berpengaduk	38
Gambar 3.3 Ilustrasi SCM dengan menganggap partikel berbentuk bola	39
Gambar 4.1 Pengaruh waktu pengadukan terhadap % <i>recovery</i> aluminium pada	44
Gambar 4.2 Pengaruh suhu terhadap % <i>recovery</i> aluminium dengan menggunakan pelarut HCl sebesar 4 M pada t= 3600 detik	45
Gambar 4.3 Pengaruh konsentrasi HCl terhadap % <i>recovery</i> aluminium pada suhu 90 °C saat t = 3600 detik	48

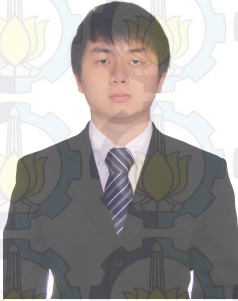


Halaman sengaja dikosongkan

## DAFTAR NOTASI

$a$	: spesifik area per unit volume larutan, $\text{cm}^2.\text{cm}^{-3}$
$A$	: luas partikel, $\text{cm}^2$
$C_{A(R)}$	: konsentrasi HCl dalam partikel, $\text{gram.L}^{-1}$
$C_{AL}$	: konsentrasi HCl dalam larutan, $\text{gram.L}^{-1}$
$D_e$	: koefisien difusivitas, $\text{cm}^2.\text{s}^{-1}$
$k$	: konstanta kecepatan reaksi, $\text{cm.s}^{-1}$
$k_c$	: koefisien transfer massa antara fluida dengan partikel, $\text{cm.s}^{-1}$
$N$	: laju perpindahan massa, $\text{gram.s}^{-1}$
$\bar{q}$	: konsentrasi aluminium dalam partikel setiap waktu, $\text{gram.L}^{-1}$
$q_0$	: konsentrasi awal aluminium dalam partikel, $\text{gram.L}^{-1}$
$\bar{R}$	: fluks perpindahan massa HCl, $\text{g.s}^{-1}.\text{cm}^{-2}$
$R$	: jari-jari partikel luar, $\text{cm}$
$r$	: jari-jari partikel setiap waktu, $\text{cm}$
$r_c$	: jari-jari partikel yang tidak terekstraksi, $\text{cm}$
$t$	: waktu, $\text{s}$
$V_c$	: volume pelarut, $\text{cm}^3$
$V_p$	: volume partikel, $\text{cm}^3$
$\mathcal{E}_L$	: tank voidage
$\rho$	: densitas partikel lumpur, $\text{gram.cm}^{-3}$

## RIWAYAT HIDUP PENULIS I



Michael Adi Wijaya, penulis lahir di Surabaya, 28 Mei 1993. Kini berdomisili di Surabaya, Jawa Timur. Penulis telah menempuh pendidikan formal diantaranya SDK St. Theresia 1 Surabaya, SMPK Angelus Custos 1 Surabaya, dan SMAK St. Louis 1 Surabaya. Penulis berpengalaman kerja praktek di TOTAL E&P Indonesia pada tahun 2014. Pada akhir studi penulis memilih Laboratorium Perpindahan Panas dan Massa untuk pengerjaan Tugas Akhir

Pra Desain Pabrik dengan judul, **“Pra Desain Pabrik Semen PCC (Portland Composite Cement)”** dan skripsi dengan judul, **“PERMODELAN DAN SIMULASI PROSES EKSTRAKSI ALUMINIUM DARI LUMPUR PDAM DI DALAM TANGKI BERPENGADUK”**

### Biodata Penulis I

Nama : Michael Adi Wijaya  
TTL : Surabaya, 28 Mei 1993  
Alamat : Jl. Kenjeran 512 G, Surabaya, Jawa Timur.  
No.HP : 081938441888  
Email : [michael.adi.wijaya@hotmail.com](mailto:michael.adi.wijaya@hotmail.com)





(HALAMAN INI SENGAJA DIKOSONGKAN)

## RIWAYAT HIDUP PENULIS II



Raymond Setyawan Djiuardi, penulis lahir di Kupang, 08 September 1992. Kini berdomisili di Kupang, NTT. Penulis telah menempuh pendidikan formal diantaranya SDK St. Yoseph 2, SMP Negeri 2 Kupang, dan SMA Negeri 1 Kupang. Selama menempuh pendidikan S-1 di Teknik Kimia Institut Teknologi Sepuluh Nopember aktif dalam Unit Kegiatan Mahasiswa di bidang badminton dan pernah menjabat sebagai ketua. Penulis berpengalaman kerja praktek di TOTAL E&P Indonesia pada tahun 2014. Pada akhir studi penulis memilih Laboratorium Perpindahan Panas dan Massa untuk pengerjaan Tugas Akhir Pra Desain Pabrik dengan judul, **“Pra Desain Pabrik Semen PCC (Portland Composite Cement)”** dan skripsi dengan judul, **“PERMODELAN DAN SIMULASI PROSES EKSTRAKSI ALUMINIUM DARI LUMPUR PDAM DI DALAM TANGKI BERPENGADUK”**

### Biodata Penulis II

Nama	: Raymond Setyawan Djiuardi
TTL	: Kupang, 08 September 1992
Alamat	: Jl. Jendral Soeharto no 127- Oepura, NTT
No.HP	: 081233941671
Email	: raydji2012@yahoo.com



(HALAMAN INI SENGAJA DIKOSONGKAN)

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Air bersih diperkotaan umumnya disuplai oleh perusahaan daerah air minum (PDAM) menggunakan air sungai sebagai air bakunya dan aluminium sulfat atau alum ( $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 18\text{H}_2\text{O}$ ) (Prakash dan Sengupta, 2003) dan poli aluminium klorida atau PACl ( $[\text{Alm}(\text{OH})_n(\text{H}_2\text{O})_x] \cdot \text{Cl}_{3m-n} \text{ (} n \leq 3m \text{)}$ ) (Lidkk, 2010) sebagai media penggumpal (koagulan) partikel-partikel kecil tersuspensi menjadi gumpalan-gumpalan (flok) yang lebih besar (Petruzzelli dkk, 2000). Flok yang terbentuk dipisahkan dari air bersih melalui proses sedimentasi, klarifikasi, dan filtrasi (Cheng dkk, 2012) untuk selanjutnya dibuang sebagai limbah padat yang berupa lumpur. Hingga saat ini limbah padat lumpur (LPL) yang terbebentuk di *clarifier* masih menimbulkan permasalahan tersendiri bagi PDAM karena jumlahnya relatif sangat banyak yaitu sekitar 18.928,79 ton/hari dengan kandungan aluminium sebesar 18,5% dan perlu penanganan secara khusus yang tergantung debit dan konsentrasi kekeruhan air baku yang diolah (Mirwan 2011). Makin besar debit air yang diolah dan makin tinggi konsentrasi padatan seperti padatan kasar (*coarse solid*), padatan tersuspensi (*suspended solid*) dan koloid, maka makin banyak jumlah koagulan yang diperlukan dan makin besar volume LPL yang dihasilkan sehingga setiap tahunnya memerlukan dana yang besar untuk penyediaan koagulan dan penanganan LPL-nya. Komposisi LPL yang dihasilkan tergantung pada jenis koagulan yang digunakan (Evuti dan Lawal, 2011).

Pengambilan kembali (*recovery*) koagulan (alum atau PACl) dari LPL pengolahan air dapat dilakukan melalui beberapa proses yaitu dekomposisi panas, elektrolisis, pertukaran ion, reaktor membran, pelarutan dengan basa (*basification*), dan pelarutan dengan asam (*acidification*) (Evuti dan Lawal, 2011). Efisiensi *recovery* koagulan dalam bentuk aluminium oksida ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) dapat diperoleh sebesar 70% lebih dari lumpur



pengolahan air dengan metode asam (*acidification*) dan dapat menghemat biaya operasional sebanyak 50-60% penggunaan bahan kimia pada proses pengolahan air limbah menggunakan metode koagulasi-flokulasi (Massides dkk,1988).

Proses ekstraksi merupakan metode pemisahan campuran yang didasarkan atas perbedaan kelarutan suatu zat terlarut (*solute*) dalam pelarut dan dibedakan menjadi dua proses yaitu ekstraksi cair-cair (*liquid extraction* atau *solvent extraction*) dan ekstraksi padat cair (*leaching*). *Leaching* merupakan proses yang melibatkan perpindahan massa *solute* dari dalam matrik padatan ke fase cairan dan dikatakan sebagai proses desorpsi irreversibel (Goto dkk, 1996). Perpindahan massa *solute* dari padatan ke cairan dilakukan dengan dua tahapan melalui difusi dari dalam padatan ke permukaan padatan dan perpindahan massa dari permukaan padatan ke cairan dengan mengasumsikan ukuran padatan cukup kecil sehingga konsentrasi *solute* dalam padatan selalu homogen atau tidak ada gradien konsentrasi dalam padatan (Yuniwati, 2012). Selain itu terdapat pula ekstraksi fluida super kritis yang banyak diaplikasikan pada bahan alam seperti biji-biji tumbuhan untuk mendapatkan bahan atau zat lain yang diinginkan menggunakan pelarut CO<sub>2</sub> (Sovova, 1994; Goto dkk, 1996; Roy dkk, 1996; Machmudah dkk, 2006) yang dikondisikan berada diatas tekanan dan suhu kritis agar memiliki sifat di antara cairan dan gas (Sediawan, 2000).

Fenomena proses difusi dan perpindahan massa *solute* yang terjadi pada ekstraksi padat cair (*leaching*) dan ekstraksi cairan super kritis (*supercritical fluid extraction* (SCFE)) telah banyak digambarkan dengan berbagai model matematis yang melibatkan reaksi dan tanpa reaksi diantaranya *shrinking core model* (SCM) (Goto dkk, 1996; Roy dkk, 1996; Beolchini dkk, 2001; Gbor dan Jia, 2004; Lee dkk, 2005; Machmudah dkk, 2006; Salgin dkk, 2006; Safari dkk, 2009; Santos dkk, 2010; Senanayake, 2011; Safarzadeh dkk, 2011; Xue dkk, 2011; Ajemba dan Onukwuli, 2012; Cheng dkk, 2012; Li dkk, 2013), *shrinking particle* (SP), *homogeneous model* (HM), *grain model*

(GM) (Gbor dan Jia, 2004), *broken and intact cells* model (BIC) (Sovová, 1994; Sovová, 2005; Machmudah dkk, 2006; Jia dkk, 2009; Huang dkk, 2012; Silva dan Martínez, 2014), dan *progressive conversion model* (PCM) (Levenspiel, 1999). Pada penelitian ini difokuskan pada permodelan ekstraksi *recovery aluminium* pada LPL PDAM. Permodelan yang digunakan dalam penelitian ini adalah SCM.

Berdasarkan penelusuran literatur perkembangan berbagai model yang ada, SCM merupakan model yang paling banyak dipakai untuk memodelkan proses *leaching* yang disertai dengan reaksi dan tanpa reaksi yang terjadi pada SCFE dalam kolom ekstraksi dan *agitated leaching*.

### **1.2 Perumusan Masalah**

Perumusan masalah pada penelitian ini yaitu pengembangan model SCM dengan permodelan matematis yang dikembangkan oleh Goto dimana pada penelitian Goto tidak memakai reaksi dan memakai sistem *packed column* sedangkan penelitian ini akan menggunakan reaksi dengan sistem tangki berpengaduk untuk mempelajari tingkat kecocokan yang dihasilkan antara hasil simulasi dengan eksperimen.

### **1.3 Batasan Masalah**

Hal-hal yang membatasi permasalahan penelitian ini adalah pendekatan model SCM pada *agitated leaching* dengan mengasumsikan partikel LPL PDAM berbentuk bola.

### **1.4 Tujuan dan Manfaat Penelitian**

#### **1.4.1 Tujuan Penelitian**

Penelitian ini dilakukan dengan pemodelan matematika yang bertujuan

1. Melakukan permodelan matematik *agitated leaching* aluminium oksida dari LPL PDAM menggunakan model SCM
2. Melakukan fitting parameter model dengan membuat

hasil prediksi model mendekati data eksperimen (yang dilakukan oleh kelompok yang melakukan eksperimen di laboratorium Perpindahan Panas dan Massa jurusan Teknik Kimia ITS)

3. Melakukan simulasi untuk mempelajari pengaruh berbagai variabel proses terhadap proses *agitated leaching*.

#### **1.4.2 Manfaat Penelitian**

Penelitian ini diharapkan dapat membuat model matematik untuk proses *leaching* dalam tangki berpengaduk yang dapat digunakan untuk mengkaji secara teoritis dan memprediksi pengaruh berbagai variabel proses seperti temperatur *leaching* dan konsentrasi pelarut HCl terhadap laju *%recovery* dalam proses *leaching* LPL PDAM dengan koagulan (PACl) didalam tangki berpengaduk. Dimana hasil prediksi tersebut diharapkan dapat membantu penentuan *%recovery* koagulan (PACl) secara optimum dalam proses *agitated leaching*.



## BAB II KAJIAN PUSTAKA

### 2.1. Limbah Padat Lumpur Instalasi Pengolahan Air (LPL IPA)

Air mempunyai peranan sangat penting bagi kehidupan, baik hewan, tumbuhan bahkan manusia yang dalam kehidupan sehari-harinya menggunakan air untuk berbagai keperluan seperti rumah tangga, pertanian, transportasi, rekreasi dan lain sebagainya sehingga ketersediaannya merupakan kunci kehidupan yang sehat (Mirwan, 2011). Di pedesaan khususnya disekitar bantaran sungai, masyarakat memanfaatkan air sungai sebagai kebutuhan hidup. Namun setiap tahunnya kondisi air sungai di Indonesia telah tercemar bahan organik sekitar 90% pada tingkat kualitas sedang hingga berat yang belum dapat dibersihkan oleh fasilitas standar perusahaan daerah air minum (PDAM). Sedangkan di perkotaan, air bersih disuplai oleh PDAM dengan proses pengolahannya menggunakan koagulan seperti aluminium sulfat atau alum ( $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 18\text{H}_2\text{O}$ ) dan poli aluminium klorida (PACl) ( $[\text{Al}_m(\text{OH})_n(\text{H}_2\text{O})_x] \cdot \text{Cl}_{3m-n} \quad (n \leq 3m)$ ) (Li dkk, 2010) sebagai media penggumpal partikel-partikel halus yang tersuspensi menjadi gumpalan-gumpalan yang lebih besar (flok) seperti terlihat pada **Gambar 2.1**

Penambahan koagulan juga berfungsi menetralisasi kelebihan muatan dari suspensi padatan melalui penambahan elektrolit dan menghilangkan air hidrasi atau keduanya. Dengan kata lain sebagai pembentuk jembatan yang dapat diserap antar permukaan suspensi padatan dan memperkuat gaya tarik antar molekul-molekul sehingga membentuk flok yang kuat (Fair, 1971). Kumpulan flok yang terbentuk dipisahkan secara sedimentasi dan filtrasi hingga didapatkan air yang bersih dan sisanya dibuang berupa limbah padat lumpur (LPL). Sebagian besar LPL dibuang ke tempat pembuangan (*landfill*) dan selokan (Keeley dkk, 2012) atau ditimbun pada kolam penampung yang selama ini menimbulkan permasalahan tersendiri bagi PDAM



karena jumlah setiap harinya relatif besar dan terus bertambah sehingga memerlukan penanganan khusus (Mirwan, 2009). Selain itu, di beberapa tempat di dunia hingga saat ini LPL dibuang ke saluran yang bersih, ke dalam aliran sungai, diaplikasikan ke lahan, dan ke tempat pembuangan sampah dengan mengasumsikan bahwa lumpur tidak mengandung senyawa yang beracun (Huang dan Wang, 2013).



**Gambar 2.1.** Proses terbentuknya endapan lumpur

Lumpur (*sludge* bukan *mud* atau *wet dirt*) atau LPL selalu ada di setiap unit pengolahan air, apapun jenis dan bentuk teknologi pengolahannya. Instalasi pengolahan air (IPA) seperti PDAM menghasilkan LPL yang volume hariannya relatif besar, tergantung debit air yang diolah dan konsentrasi kekeruhan air bakunya. Hal ini berkorelasi dengan makin besar debitnya dan makin tinggi konsentrasinya dalam bentuk padatan kasar (*coarse solid*), padatan tersuspensi (*suspended solid*) dan koloid, maka makin besar pula volume LPL yang dihasilkan dari unit *clarifier* dan sedimentasi dalam bentuk diskrit dan flok. LPL dalam bentuk diskrit merupakan lumpur yang butir-butirannya terpisah tanpa penambahan koagulan dan volume per satuan waktunya kecil kecuali dimusim hujan. Sebaliknya, volume LPL dalam bentuk flok yaitu kimflok (*chemiflocc*) sangat besar dihasilkan melalui unit *clarifier* dan sedimentasi yang didahului oleh unit koagulasi dan flokulasi dengan penambahan koagulan (Cahyana, 2009).

LPL IPA merupakan produk samping instalasi pengolahan air (IPA) yang memiliki empat tipe limbah lumpur yang dihasilkan berdasarkan koagulan yang dipakai yaitu LPL-Fe (koagulan yang digunakan hanya dari garam besi), LPL-Al

(koagulan yang digunakan hanya dari garam aluminium), LPL-Fe/Al (koagulan yang digunakan dari garam besi dan aluminium), dan LPL-Ca (terbentuk dari proses *lime softening*). Pada pengolahan air yang menggunakan koagulan dari garam Al seperti alum dan PAC akan terbentuk LPL sebenarnya masih banyak mengandung alum atau PAC dalam bentuk lumpur yang dapat diolah kembali menjadi koagulan (Mirwan, 2011). Selama penambahan koagulan pada proses pengolahan air akan terbentuk endapan aluminium hidroksida ( $\text{Al}(\text{OH})_3$ ) (Cheng dkk, 2012). LPL IPA memiliki komposisi kimia utama yang sama dengan tanah yaitu mengandung senyawa  $\text{SiO}_2$  dan  $\text{Al}_2\text{O}_3$ . Beberapa literatur menunjukkan komposisi kimia  $\text{Al}_2\text{O}_3$  yang terdapat dalam LPL IPA berkisar 11,37–28,5 % berat (Chiang dkk, 2009) dan komposisi kimia lainnya yang dianalisis menggunakan *x-ray fluorescence* (XRF) ditunjukkan **Tabel 2.1**. Aluminium oksida atau  $\text{Al}_2\text{O}_3$  merupakan senyawa yang terdistribusi secara luas di alam, tidak dapat larut dalam air dan organik cair, sangat ringan, dan dapat larut dalam larutan asam kuat dan alkali. Pada suhu normal, larutan asam tidak dapat melarutkan  $\text{SiO}_2$  namun dapat mengkonversi  $\text{Al}_2\text{O}_3$  menjadi ion-ion aluminium terlarut yang tergantung pada suhu tinggi dan penggunaan larutan asam yang berlebih (Treybal, 1980).

**Tabel 2.1.** Komposisi kimia LPL IPA di Fong-Yuan Taiwan, Giza Governorate Kairo Mesir, dan PDAM Banjarmasin Indonesia.

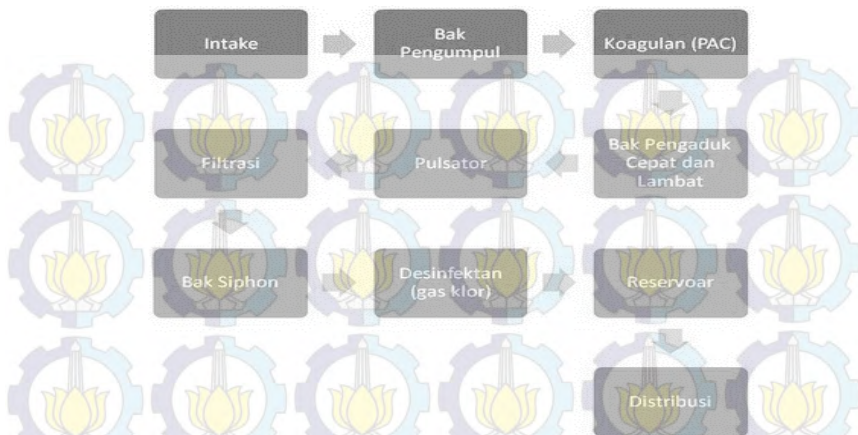
Jumlah (%-berat)					
No	Jenis Oksida	Fong-Yuan Taiwan <sup>1</sup>	Giza Governorate Kairo Mesir <sup>2</sup>	PDAM Banjarmasin Indonesia <sup>3</sup>	Taiwan Water Corporation (10 pabrik pengolahan air di Taiwan <sup>4</sup> )
1.	SiO <sub>2</sub>	61,93	43,12	64,6	62,3 – 66,9
2.	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	11,37	15,97	18,5	19,6 – 23,0
3.	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	5,28	5,26	-	4,9 – 11,3
4.	K <sub>2</sub> O	3,67	0,26	2,38	0,79 – 2,08
5.	MgO	1,19	0,85	0,5	1,06 – 4,15
6.	Na <sub>2</sub> O	0,62	0,52	-	0,08 – 1,99
7.	CaO	0,49	5,56	2,65	0,72 – 4,26
8.	TiO <sub>2</sub>	0,50	-	-	-
9.	SO <sub>3</sub>	-	1,49	-	-
10.	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	-	-	0,99	-
11.	TiO <sub>2</sub>	-	-	3,06	-
12.	V <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	-	-	0,42	-
13.	Cr <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-	-	0,86	-
14.	MnO	-	-	5,5	-
15.	ZrO <sub>2</sub>	-	-	0,52	-
16.	Cl <sup>-</sup>	-	0,012	-	-
17.	LOI	-	26,79	-	3,77 – 13,00

Sumber: <sup>1</sup>Ching dkk, 2009; <sup>2</sup>Hegazy dkk, 2012; <sup>3</sup>Mirwan dkk, 2013; <sup>4</sup>Huang dan Wang, 2013

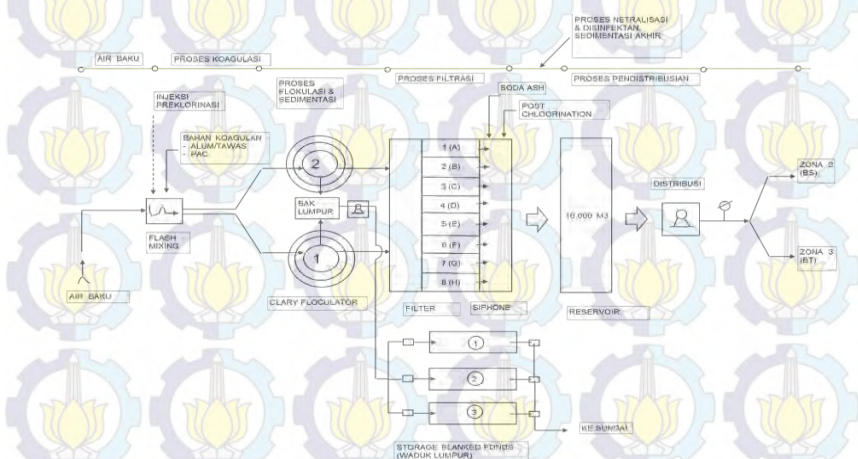


Penggunaan kembali LPL IPA dalam berbagai proses seperti adsorpsi logam pada pengolahan limbah, koagulasi, pengkondisian limbah lumpur, dan media lahan basah telah berhasil diuji coba namun perkembangan implementasinya masih terbatas. Hingga sekarang berbagai upaya yang berbeda telah banyak dilakukan seperti penggunaan kembali LPL sebagai bahan pengolahan air dan air limbah dan perbaikan tanah (Sujana, 1998).

PDAM Bandarmasih merupakan PDAM pertama yang ada di kota Banjarmasin Kalimantan Selatan (KAL-SEL). Kapasitas pengolahan awalnya hanya 35 liter/detik dan kini berkembang hingga 546 liter/detik. IPA PDAM Bandarmasih pada dasarnya terbagi menjadi dua yaitu IPA 1 A Yani dan IPA 2 Pramuka (lihat **Gambar 2.2** dan **Gambar 2.3**) yang keduanya menggunakan sistem konvensional dan kualitas airnya tetap terjamin dengan kapasitas pengolahan IPA 1 sebesar 546 liter/detik dan IPA 2 Pramuka sebesar 1.025 liter/detik (Hidayanti dan Rahmawati, 2011). Namun di samping itu, PDAM Bandarmasih Banjarmasin juga menghasilkan LPL yang jumlahnya relatif banyak dan belum mampu untuk mengolah hasil akhir sistem pengolahan airnya tersebut. Selama ini, LPL hanya ditumpuk di lahan terbuka tanpa pemanfaatan. Padahal LPL PDAM merupakan bahan alternatif untuk dijadikan bahan bangunan dan diolah kembali menjadi koagulan untuk penjernihan air bakunya.



**Gambar 2.2.** Sistem IPA 1 A Yani PDAM Bandarmasih Banjarmasin KAL-SEL



**Gambar 2.3.** Sistem IPA 2 Pramuka PDAM Bandarmasih Banjarmasin KAL-SEL  
(Florenzia dan Fadhilah, 2011)

## 2.2. Ekstraksi Padat Cair (*leaching*)

Ekstraksi merupakan proses untuk menarik bagian yang aktif atau zat pencemar dari padatan atau campuran menggunakan cairan pelarut yang tidak atau hanya melarut sebagian dengan padatan atau cairan, atau metode pemisahan campuran yang didasarkan atas perbedaan kelarutan suatu zat terlarut (*solute*) dalam pelarut (Ariono dan Mirwan, 2008) dan dibedakan menjadi dua proses yaitu ekstraksi cair-cair (*liquid extraction* atau *solvent extraction*) dan ekstraksi padat cair (*leaching*). *Leaching* merupakan proses peluruhan bagian yang mudah terlarut (*solute*) dari suatu padatan dengan menggunakan pelarut tertentu pada temperatur dan proses alir tertentu sehingga melibatkan perpindahan massa *solute* dari dalam matrik padatan ke fase cairan dan dikatakan sebagai proses desorpsi irreversibel (Goto dkk, 1996). Proses tersebut dilakukan untuk mendapatkan bagian yang mudah terlarut karena lebih bernilai dari padatannya, misalnya bahan tambang, minyak nabati, dan lain-lain, ataupun untuk menghilangkan bahan kontaminan yang mudah terlarut dari padatan yang lebih bernilai, misalnya pigmen dari kontaminan kimiawi yang bisa atau mudah dilarutkan (Treybal 1980). Beberapa faktor penting yang secara dominan mempengaruhi laju ekstraksi yaitu :

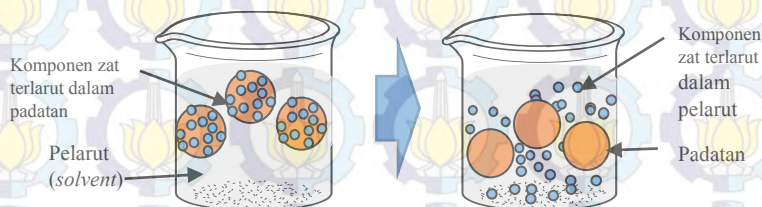
- 1) Ukuran partikel; semakin kecil ukuran *solute*, akan semakin mudah mengekstraksinya selain itu hendaknya ukuran butiran partikel tidak memiliki *range* yang jauh satu sama lain, sehingga setiap partikel akan menghabiskan waktu ekstraksi yang sama.
- 2) Pelarut (*solvent*); pelarut harus mempunyai selektivitas tinggi, artinya kelarutan zat yang ingin dipisahkan dalam pelarut harus besar, sedangkan kelarutan dari padatan pengotor kecil atau diabaikan. Viskositas pelarut sebaiknya cukup rendah sehingga dapat bersirkulasi dengan mudah.
- 3) Temperatur; dalam banyak kasus, kelarutan material yang diekstraksi akan meningkat dengan naiknya temperatur,



sehingga laju ekstraksi semakin besar. Koefisien difusi diharapkan meningkat dengan naiknya temperatur untuk memberikan laju ekstraksi yang lebih tinggi.

- 4) Pengadukan atau agitasi; agitasi *fluida (solvent)* akan memperbesar transfer material dari permukaan padatan ke larutan dan mencegah terjadinya sedimentasi.
- 5) Perbandingan berat bahan dengan volume pelarut. Perbandingan ini mempengaruhi tegangan permukaan dari butir-butir bahan dan proses keluarnya zat terlarut dari padatan.

Faktor pengendali laju *leaching* ketika melarutkan zat padat dalam suatu pelarut merupakan laju perpindahan massa *solute* dari permukaan zat padat ke cairan. Perpindahan massa *solute* dari padatan ke cairan dilakukan dengan dua tahapan proses yaitu melalui difusi dari dalam padatan ke permukaan padatan dan perpindahan massa dari permukaan padatan ke cairan dengan mengasumsikan ukuran padatan cukup kecil sehingga konsentrasi *solute* dalam padatan selalu homogen atau tidak ada gradien konsentrasi dalam padatan (Yuniwati, 2012)



**Gambar 2.4.** Mekanisme sederhana proses *leaching*

Pada dasarnya tidak ada tahanan dalam fasa padatan bila berupa material murni. Pada sistem *batch*, difusi dalam padatan terjadi sangat cepat jika dibandingkan dengan difusi dari partikel. Fluks perpindahan massa *solute* A dari permukaan partikel ke cairan (Geankoplis, 2003) dinyatakan dengan Persamaan (2-1)

$$\frac{\bar{N}_A}{A} = k_L (C_{AS} - C_A) \dots\dots\dots (2-1)$$

$\bar{N}_A$  = kgmol A yang larut ke dalam larutan per detik (kgmol A/detik)

$A$  = luas permukaan partikel ( $m^2$ )

$k_L$  = koefisien perpindahan massa (m/detik)

$C_{AS}$  = kelarutan solute A dalam larutan (kgmol/ $m^3$ )

$C_A$  = konsentrasi A didalam larutan (kgmol/ $m^3$ )

Persamaan neraca massa pada tangki teraduk untuk pelarutan zat padat secara *batch*, diperoleh Persamaan (2-2)

$$V \frac{dC_A}{dt} = \bar{N}_A = Ak_L (C_{AS} - C_A) \dots\dots\dots (2-2)$$

Integrasi dari  $t = 0$  dan  $C_A = C_{Ao}$  sampai  $t = t$  dan  $C_A = C_A$  diperoleh

$$\int_{C_{Ao}}^{C_A} \frac{dC_A}{C_{AS} - C_A} = \frac{Ak_L}{V} \int_{t=0}^{t=t} dt \dots\dots\dots (2-3)$$

$$-\ln(C_{AS} - C_A) \Big|_{C_{Ao}}^{C_A} = \frac{Ak_L}{V} (t) \Big|_0^t \dots\dots\dots (2-4)$$

$$-\{\ln(C_{AS} - C_A) - \ln(C_{AS} - C_{Ao})\} = \frac{Ak_L}{V} t \dots\dots\dots (2-5)$$

$$-\ln \frac{C_{AS} - C_A}{C_{AS} - C_{Ao}} = \frac{Ak_L}{V} t \dots\dots\dots (2-6)$$

$$\frac{C_{AS} - C_A}{C_{AS} - C_{Ao}} = e^{-(k_L \cdot A/V)t} \dots\dots\dots (2-7)$$



Difusi molekular merupakan perpindahan molekul dari daerah konsentrasi tinggi ke daerah konsentrasi lebih rendah dengan pergerakan molekul secara acak. Pada campuran sistem biner A dan B, persamaan umum hukum *Fick* ditunjukkan di persamaan (2-8)

$$J_{Az}^* = -cD_{AB} \frac{dx_A}{dz} \dots\dots\dots(2-8)$$

$c$  = konsentrasi total A dan B (kgmol A+B / m<sup>3</sup>) = densitas molar campuran

$x_A$  = fraksi mol A dalam campuran A dan B

Bila  $c$  konstan maka  $c_A = cx_A$ ,

$$c dx_A = d(cx_A) = dc_A \dots\dots\dots(2-9)$$

Persamaan (2-9) disubstitusi ke Persamaan (2-8) maka diperoleh persamaan difusi untuk konsentrasi total dalam keadaan konstan :

$$J_{Az}^* = -D_{AB} \frac{dc_A}{dz} \dots\dots\dots(2-10)$$

Umumnya laju difusi dalam padatan terjadi sangat lambat daripada dalam cairan dan gas, sehingga perpindahan massa dalam padatan berperan sangat penting dalam proses kimia dan biologi. Difusi dalam padatan dibagi menjadi tiga bagian yaitu difusi dalam padatan berdasar hukum Fick, difusi dalam padatan berongga (berdasarkan struktur padatan), dan difusi pada keadaan *unsteady* untuk berbagai geometri (Geankoplis, 2003).

Difusi dalam padatan berdasarkan Hukum *Fick* tidak tergantung pada struktur padatan. Pada proses *leaching*, difusi terjadi bila cairan atau *solute* yang terlarut dalam padatan berdifusi ke bentuk larutan homogen yang lain. Pada umumnya, Fluks difusi untuk difusi biner menggunakan persamaan berikut

$$N_A = -cD_{AB} \frac{dx_A}{dz} + \frac{c_A}{c} (N_A + N_B) \dots\dots\dots(2-11)$$

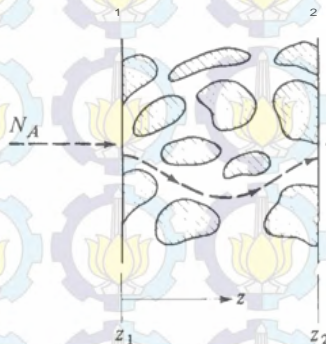
karena bulk  $\frac{c_A}{c} (N_A + N_B)$  relative kecil, maka  $\frac{c_A}{c}$  atau  $x_A$  juga kecil, sehingga dapat diabaikan. Bila  $c$  dianggap konstan, maka fluks difusi dalam padatan

$$N_A = - \frac{D_{AB} dc_A}{dz} \dots \dots \dots (2-12)$$

$D_{AB}$  merupakan difusivitas A melalui B ( $m^2/detik$ ) dan biasanya diasumsikan konstan serta tidak tergantung pada tekanan padatan. Dalam padatan  $D_{AB} \neq D_{BA}$ . Dengan integrasi maka fluks difusi *steady-state* untuk padatan

$$N_A = \frac{D_{AB} (c_{A1} - c_{A2})}{z_2 - z_1} \dots \dots \dots (2-13)$$

Difusi dalam padatan berongga tergantung pada struktur padatan memiliki pori-pori atau *interconnected voids* dalam padatan yang berpengaruh terhadap difusi. Difusi liquid dalam padatan berongga terjadi jika ruang kosong atau pori-pori (*voids*) terisi dengan cairan sehingga konsentrasi *solute* dalam cair berada pada lapisan 1 ( $c_{A1}$ ) dan pada lapisan 2 ( $c_{A2}$ ) (**Gambar 2.5**).



**Gambar 2.5.** Skema padatan berongga  
Difusi *solute* yang berada dalam *volume void* terus bergerak melalui lintasan *tortuous* (*tortuous path*) sepanjang  $z_2 - z_1$  dengan

faktor  $\tau$  merupakan *tortuosity*. Namun dalam padatan *inert*, proses difusi tidak terjadi. Difusi *solute* dalam cairan yang encer pada keadaan *steady* menggunakan persamaan sebagai berikut

$$N_A = \frac{\varepsilon D_{AB} (c_{A1} - c_{A2})}{\tau(z_2 - z_1)} \dots\dots\dots (2-14)$$

$\varepsilon$  = fraksi *open void*

$D_{AB}$  = difusivitas solute dalam air

$\tau$  = faktor koreksi untuk lintasan yang lebih panjang ( $z_2 - z_1$ )

Pada padatan *inert*, nilai  $\tau$  bervariasi antara 1,5 – 5 dengan kombinasi persamaan difusivitas

$$D_{Aeff} = \frac{\varepsilon}{\tau} D_{AB} \text{ (m}^2\text{/detik)} \dots\dots\dots (2-15)$$

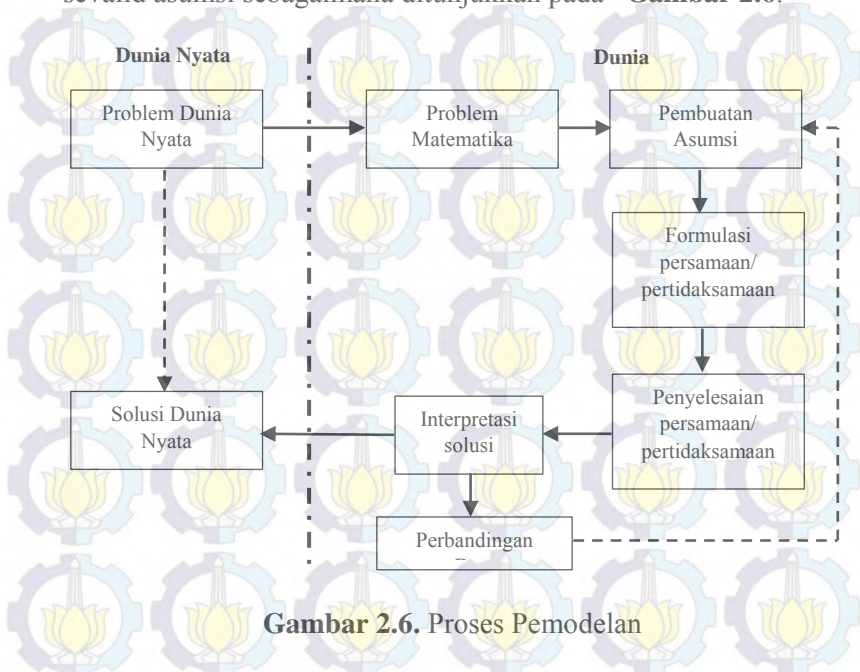
### 2.3. Pemodelan Matematis Proses Ekstraksi

Pemodelan matematika merupakan proses membangun suatu model matematika untuk menggambarkan dinamika suatu sistem sehingga diperoleh pemahaman dari permasalahan data dunia nyata (*real*). Proses membangun model matematika tidak pernah berhenti, terus bergerak antar tahapan-tahapan sehingga dapat menghasilkan model yang lebih baik dan tidak ada model yang paling baik (Vries, 2001). Model matematika dapat direpresentasikan sebagai matematis suatu proses, alat, dan/atau konsep dalam bentuk sejumlah peubah yang didefinisikan sebagai pengganti dari masukan, keluaran, dan proses-proses internal dari proses atau alat yang direpresentasikan, serangkaian persamaan dan pertidaksamaan yang menggambarkan interaksi antar peubah.

Langkah pertama dalam pemodelan matematika adalah menyatakan permasalahan dunia nyata ke dalam pengertian matematika yang meliputi identifikasi dan membentuk beberapa hubungan antara variabel-variabel permasalahan, dan menjabarkan variabel-variabel dan sistem menjadi suatu model. Kerangka dasar model dikonstruksi meliputi asumsi secara esensial yang mencerminkan bagaimana berpikir agar model



dapat dijalankan dan diselesaikan walaupun hasilnya hanya sevalid asumsi sebagaimana ditunjukkan pada **Gambar 2.6**.

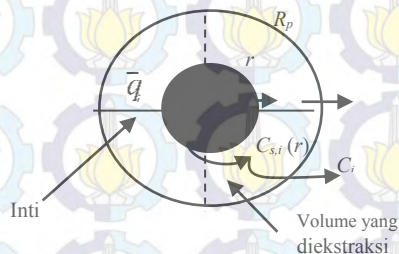


Umumnya pemodelan matematis dipakai untuk menginterpretasikan data hasil penelitian, mendapatkan data mekanisme reaksi dan parameter rancangan reaktor padat-cair menggunakan beberapa model utama yang telah dikembangkan pada reaksi non-katalitik sistem padat-cair seperti SCM, *shrinking particle* (SP), *homogeneous model* (HM) dan *grain model* (GM) (Gbor dan Jia, 2004). Perkembangan model matematis ekstraksi pertama kali dikembangkan oleh Yagi dan Kunii pada tahun 1955 menggunakan SCM model yang awalnya reaktan padat dianggap tidak berpori dan dikelilingi oleh lapisan larutan sebagai tempat terjadinya perpindahan massa antara partikel padatan dan sebagian besar cairan serta hasil reaksi akan membentuk lapisan *ash* atau *inert* disekitar inti yang tidak bereaksi (Gbor dan Jia, 2004). SP model sama dengan SCM model, namun lapisan yang



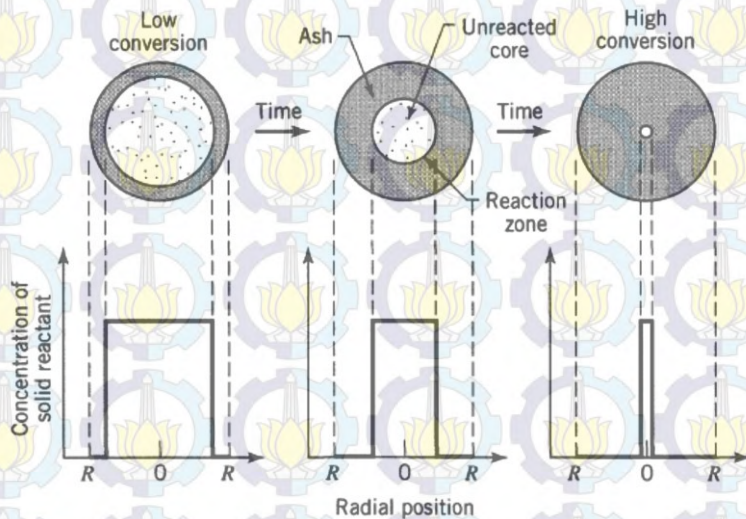
tersisa disekitar inti yang tidak bereaksi tidak ada. HM berlaku pada padatan berpori yang sama dan terdistribusi secara merata, sedangkan GM diperuntukan pada butiran padatan dipadatkan secara bersama-sama. Diantara empat model tersebut, hanya SCM yang banyak digunakan untuk model sistem *leaching* (Gbor dan Jia, 2004). Namun dalam beberapa permasalahan, SCM memiliki ketidak-konsistenan kesimpulan dalam hal pengumpulan dan interpretasi data *leaching* karena dipengaruhi adanya distribusi ukuran partikel (*particle size distribution* atau PSD) (Gbor dan Jia, 2004). Ketidak-konsistenan ini disajikan Prosser (1996) bahwa data *leaching* yang diperoleh dipengaruhi oleh 30 (tiga puluh) lebih variabel dan fenomena, salah satunya adalah pengaruh PSD dari bahan padatan.

Pada perkembangannya, SCM merupakan model yang paling banyak dipakai untuk memodelkan proses *leaching* dengan dan/atau tanpa reaksi pada *agitated leaching* dan ekstraksi cairan super kritis (*supercritical fluid extraction* (SCFE)) dalam kolom ekstraksi. SCM mengasumsikan ada batas yang jelas dibagian partikel antara yang diekstrak dan tidak diekstrak. Hasil ekstraksi ditunjukkan dengan batas penyusutan hingga mencapai pusat partikel dan semua zat terlarut habis. Posisi batas dalam partikel berbentuk bola yang ditunjukkan dengan  $r_c$  pada **Gambar 2.7**. (Oliveira dkk, 2011).



**Gambar 2.7.** SCM model models untuk ekstraksi superkritis zat terlarut dari matriks padatan. (Oliveira dkk, 2011)

Levenspiel (1999) menjelaskan bahwa SCM memvisualisasikan reaksi terjadi lebih dahulu pada kulit luar partikel selanjutnya zona reaksi bergerak ke dalam padatan kemudian meninggalkan material yang terkonversi dan padatan *inert* yang dikenal dengan *ash*. Setiap saat partikel mengalami penyusutan (*shrinks*) dalam ukuran selama reaksi berlangsung dan meninggalkan sebuah inti yang tidak bereaksi seperti ditunjukkan pada **Gambar 2.8**.



**Gambar 2.8.** Berdasarkan SCM model, reaksi berlangsung di bagian luar yang bergerak ke dalam partikel padatan. (Levenspiel, 1999)

Neraca massa di inti dan fase terekstraksi dikembangkan dengan mengasumsikan tidak ada akumulasi zat terlarut di bagian yang diekstrak dan zat terlarut berdifusi dari batas ke permukaan partikel melalui jaringan pori. Semua zat terlarut keluar dari partikel berdasarkan konveksi di permukaan yang bersumber dari inti. Neraca massa untuk inti dan fase yang diekstrak dari partikel berbentuk bola telah dikemukakan oleh Goto dkk, 1996.

$$\frac{\partial \bar{q}_i}{\partial t} = k_f a_p \left( C_{s,i} \Big|_{r=R_p} - C_i \right) \dots\dots\dots(2-16)$$

$$\frac{D_e}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial C_{s,i}}{\partial r} \right) = 0 \dots\dots\dots(2-17)$$

$C_{s,i}$  merupakan konsentrasi zat terlarut dalam jaringan berpori. Dan  $r$  merupakan koordinat jari-jari partikel. Konsentrasi rata-rata absolut merupakan fungsi  $r_c$ .

$$\bar{q}_i = q_{i,0} \left( \frac{r_c}{R_p} \right)^3 \dots\dots\dots(2-18)$$

Fluks massa *solute* dari partikel ke cairan superkritik

$$J_f = k_f \left( C_{s,i} \Big|_{r=R_p} - C_i \right) \dots\dots\dots(2-19)$$

Kondisi awal dan batas dalam fase padatan

$$\begin{array}{ll} t = 0 & q_i = q_{i,0} \\ r = r_c & C_{s,i} = C_{s,i}^* \end{array} \dots\dots\dots(2-20)$$

$$r = R_p \quad -D_e \frac{\partial C_{s,i}}{\partial r} = k_f (C_{s,i} - C_i) \dots\dots\dots(2-21)$$

Penerapan SCM pada proses SCFE yang umumnya menggunakan pelarut CO<sub>2</sub> dan tidak melibatkan reaksi digunakan untuk mendapatkan bahan atau zat lain dari bahan alami (biji tumbuhan) (Goto dkk, 1996). Sedangkan aplikasi SCM di proses *agitated leaching* lebih banyak digunakan pada bahan mineral untuk mendapatkan bahan logam atau material lain yang lebih bernilai (Cheng dkk, 2012). Penggunaan SCM model pada proses *agitated leaching* diberbagai literatur ditunjukkan **Tabel 2.2**.

**Tabel 2.2.** Perkembangan penggunaan SCM model pada *agitated leaching*.

No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
1	<i>Agitated leaching disertai reaksi.</i> 24MnO <sub>2</sub> +	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reaksi dikontrol kinetika.</li> <li>Konsentrasi pelarut konstan.</li> </ul>	kimia secara pelarut	Model SCM yang dimodifikasi berdasarkan pengaruh suhu,



**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
	$C_{12}H_{22}O_{11} + 48H^+ \rightarrow 4Mn^{2+} + 12CO_2 + 36H_2O$	<ul style="list-style-type: none"> <li>Partikel padatan berbentuk bola (<i>spherical</i>).</li> <li>Keterangan: <math>X</math> (konversi mangan); <math>C'</math> (konstanta (<math>M^{(na+ns)} \cdot \text{Min}^{-1}</math>); <math>E_A</math> (energi aktivasi reaksi, kJ/mol); <math>T'</math> (suhu referensi, K); <math>C_{A0}</math> (konsentrasi awal asam, M); <math>C_{S0}</math> (konsentrasi awal sukrosa, M); <math>na</math> (orde reaksi asam); <math>ns</math> (orde reaksi sukrosa); <math>C_{As}</math> (kebutuhan asam sulfat stokiometri, M); <math>C_{Ss}</math> (kebutuhan sukrosa stokiometri, M).</li> <li><math>AW_{Mn}</math> (berat atom mangan).</li> <li><math>b_1</math> dan <math>b_2</math> (parameter hubungan konversi ke energi aktivasi, <math>b_1</math> kJ/mol; <math>b_2</math> tidak berdimensi).</li> </ul>	<p>waktu <i>leaching</i>, dan ukuran partikel terhadap <i>extraction yield</i></p> $\frac{dX}{dt} = C' \cdot \exp \left[ -\frac{E_A}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T'} \right) \right] \cdot (C_{A0} - C_{As} X)^{na} \cdot (C_{S0} - C_{Ss} X)^{ns} \cdot (1-X)$ $C_{Ss} = \frac{[\text{konsentrasi ore (g/l)}] \text{ kandungan ore mangan (\%)}}{100 AW_{Mn}}$ <p>Variasi konversi mineral selama waktu <i>leaching</i></p> $\frac{dX}{dt} = C' \cdot \exp \left[ -\frac{E_A}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T'} \right) + \frac{b_1 X^{b_2}}{RT} \right] \cdot (C_{A0} - C_{As} X)^{na} \cdot (C_{S0} - C_{Ss} X)^{ns} \cdot (1-X)^{2/3}$	
2	<p><i>Agitated leaching</i> disertai reaksi.</p> <p><math>A(\text{fluid}) + bB(\text{solid}) \rightarrow \text{fluid and solid}</math> produk</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Laju persamaan reaksi ditentukan oleh <i>control regime</i> atau <i>rate-limiting</i>, yaitu</li> <li>✓ Difusi yang melalui film cairan disekitar partikel padatan.</li> <li>✓ Difusi yang melalui lapisan padatan (<i>layer</i>) <i>ash/inert</i>.</li> <li>✓ Reaksi kimia pada permukaan</li> </ul>	<p>Ketika difusi melalui kontrol film cairan</p> <p><math>X_n = k_n t</math>, dimana</p> $k_n = \frac{3bk_g C_{As}}{\rho R}$ <p>Ketika difusi melalui kontrol lapisan <i>inert/ash</i></p> $1 - 3(1 - X_n)^{2/3} + 2(1 - X_n) = k_a t$ <p>dimana</p>	Gbor dan Jia, 2004



**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
		inti yang tidak bereaksi (unreacted core).	$k_d = \frac{6bD_c C_{AB}}{\rho R^2}$	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>Partikel padatan berbentuk bola dan bereaksi dengan cairan secara isothermal.</li> <li>Keterangan: <math>A</math> (cairan bereaksi); <math>b</math> (mol B yang dikonsumsi per mol A yang bereaksi); <math>B</math> (komponen padatan yang bereaksi dengan cairan); <math>C_{AB}</math> (konsentrasi A dalam cairan bulk, mol/m<sup>3</sup>); <math>D</math> (diameter partikel padatan, m); <math>D_e</math> (koefisien difusi efektif A melalui lapisan inert/ash, m<sup>2</sup>s<sup>-1</sup>); <math>D_{max}</math> (ukuran partikel terbesar dalam sistem, m); <math>k_g</math> (koefisien perpindahan massa A dalam film cairan, m s<sup>-1</sup>); <math>k_l</math> (konstanta laju reaksi kimia, mol<sup>(1-n)</sup> m<sup>(3n-2)</sup> s<sup>-1</sup>); <math>t</math> (waktu, s); <math>X_B</math> (fraksi B dalam padatan yang terkonversi menjadi produk); <math>p(D)</math> (fungsi densitas ukuran partikel berdasarkan massa partikel);</li> </ul>	<p>Ketika kontrol reaksi kimia permukaan</p> <p><math>1 - (1 - X_B)^{1/3} = k_r t</math></p> <p>, dimana</p> <p><math>k_r = \frac{bk_l C_A^n}{\rho R}</math></p> <p>Penggabungan distribusi ukuran partikel (particle size distribution, PSD) ke SCM model.</p> <p>Untuk diameter (D) ukuran tunggal partikel</p> <p><math>1 - X_B = f(D, t)</math></p> <p>Untuk proses kontrol reaksi kimia permukaan</p> <p><math>f(D, t) = 1 - X_B = \left(1 - \frac{k_r t}{D}\right)^3</math></p> <p>, dimana</p> <p><math>k_{rn} = k_r D</math></p> <p><math>k_r</math> berbanding terbalik dengan <math>D</math> (atau <math>R</math>)</p> <p>Untuk proses kontrol difusi lapisan ash/inert, tidak ada persamaan aljabar yang diperoleh <math>f(D, t)</math> sehingga setiap <math>D</math> dihitung.</p>	

Lanjutan Tabel 2.2.

No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
				$1 - 3(1 - X_o)^{2/3} + 2(1 - X_o) = \frac{k_{da} t}{D^2}$
				dimana
				$k_{da} = k_d D^2$
				$k_d$ berbanding
				terbalik dengan
				$D^2$ (atau $R^2$ )
				Untuk proses
				kontrol difusi
				film cairan
				$f(D, t) = 1 - X_o = \left(1 - \frac{k_m t}{D}\right)$
				dimana
				$k_m = k_m D$
				$k_m$ berbanding
				terbalik dengan
				$D$ (atau $R$ )
				Untuk
				kelompok
				partikel dengan
				berbagai ukuran
				dan dibagi
				menjadi ukuran
				dengan rentang
				diskrit.
				Reaksi yang
				tidak bereaksi
				(fraction
				unreacted)
				$= \sum (f(D, t))(\text{Mass fraction of size } D)$
				Untuk distribusi
				kontinyu
				partikel
				fraction
				unreacted
				$= \int_0^\infty (f(D, t))(p(D))dD$
				dimana

**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
			$f(D, t) = 1 - X_D = 0, \quad 0 < D < D_i$ $f(D, t) = 1 - X_D = g(D, t), \quad D_i < D < D_{\max}$ $g(D, t)$ dinyatakan untuk $f(D, t)$ Untuk kontrol reaksi kimia $D_i = k_m t$ Untuk kontrol difusi lapisan ash/inert $D_i = (k_{di} t)^{0.5}$ Untuk kontrol difusi film cairan $D_i = k_{mi} t$	
3	<i>Agitated leaching</i> disertai reaksi $M(OH)_{z(S)} + zH^+ \leftrightarrow M^{z+} + zH_2O$	$C_{HI}$ (konsentrasi ion hidrogen dalam fase cairan, $\text{kmol m}^{-3}$ ); $C_{MI}$ (konsentrasi logam $i$ dalam fase cairan pada waktu $t$ ( $\text{mol m}^{-3}$ ); $D_e$ (koefisien difusi efektif ion $H^+$ dalam lapisan ash, $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ); $k_f$ (koefisien perpindahan massa film eksternal ( $\text{m s}^{-1}$ ); $k_s$ (koefisien laju reaksi permukaan, $\text{s}^{-1}$ ); $R_p$ (jari-jari partikel lumpur, m); $t$ (waktu ekstraksi, s); $X_{MI}$ (fraksi logam $I$ yang terekstrak); $\tau_1$ (konstanta waktu film eksternal, s); $\tau_2$ (konstanta waktu lapisan ash);	Kontrol difusi film $\begin{cases} t = \tau_1 X_{Mi} \\ \tau_1 = \frac{2\rho M_i R_p}{3k_i C_{Mi}} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n$ Kontrol difusi lapisan inert $\begin{cases} t = \tau_2 [1 - 3(1 - X_{Mi})^{2/3} + 2(1 - X_{Mi})] \\ \tau_2 = \frac{\rho M_i R_p^2}{3D_e C_{Mi}} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n$ Kontrol reaksi permukaan $\begin{cases} t = \tau_3 [1 - (1 - X_{Mi})^{1/3}] \\ \tau_3 = \frac{2\rho M_i R_p}{k_s C_{Mi}} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n$	Lee dkk, 2005



**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
4	<p><i>Agitated leaching disertai reaksi</i></p> $\text{Zn}_4\text{Si}_2\text{O}_7(\text{OH})_2 \cdot \text{H}_2\text{O} + 4\text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow 4\text{ZnSO}_4 + \text{Si}_2\text{O}(\text{OH})_6 + 3\text{H}_2\text{O}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>Partikel berbentuk bola (<i>spherical</i>).</li> <li>Selama proses, partikel mengalami penyusutan (<i>shrinks</i>) secara seragam dan bentuk bulatnya dipertahankan</li> <li>Meskipun terdapat banyak reaksi dalam proses <i>leaching</i> seng dengan asam sulfat dari bijih (<i>ore</i>), untuk penyederhanaan hanya digunakan reaksi utama proses pelarutan (<i>dissolution</i>) seng oksida di dalam asam yang diasumsikan sebagai seng oksida.</li> <li>Kehadiran zat lain dalam <i>ore</i> tidak berpengaruh signifikan pada kinetikanya.</li> <li>Suhu tetap konstan selama proses <i>leaching</i>.</li> <li>Partikel dan lapisan <i>gelatinous</i> keduanya non-porous. Dalam fase tersebut, perpindahan massa terjadi melalui difusi molekul/ion.</li> </ul>	<p>Laju reaksi per satuan permukaan inti dapat dihubungkan dengan laju pelarutan seng oksida</p> $R_r = - \frac{M_{\text{ZnO}}}{S_c} \frac{dn_{\text{ZnO}}}{dt}$ <p>Laju menghilangnya seng oksida dinyatakan sebagai</p> $\frac{dn_{\text{ZnO}}}{dt} = \frac{\rho_{\text{ore}} G S_c}{M_{\text{ZnO}}} \frac{dr_c}{dt}$ <p>Pada beberapa referensi menyatakan laju reaksi untuk pelarutan seng oksida (<math>R_r</math>) merupakan orde pertama yang berkaitan dengan konsentrasi pelarut.</p> $R_r = - \frac{k C_A}{\rho_{\text{ore}} G}$ <p>Konsentrasi asam (<math>C_A</math>), dihitung pada permukaan inti. Untuk memperoleh konsentrasi asam di</p>	Safari dkk, 2009



**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
			permukaan reaksi,	
			persamaan neraca massanya ditulis pada kedua lapisan film cair dan lapisan gelatinous yang perpindahan massanya hanya terjadi dalam arah radial	
			$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dC_A}{dr} \right) = 0$	
			Kondisi batas	
			$r = r_c + \delta$	$h_D (C_{A0} - C_A) = D_g \frac{dC_A}{dr}$
			$r = r_c$	$D_g \frac{dC_A}{dr} = kC_A$
			Karena proses tersebut dalam kondisi quasi-steady-state, maka laju reaksi di permukaan inti sama dengan laju perpindahan massa ke dan melalui film gel.	
			$h_D (C_{A0} - C_A  _{r_c + \delta}) = kC_A  _{r_c}$	
			Penyelesaian persamaan	

**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
			diferensial perpindahan massa dengan kondisi batas dan penyelesaian persamaan laju reaksi untuk mendapatkan $C_A$ ( $r_c$ ) maka $C_A$ diperoleh dengan persamaan berikut	
				$C_A = C_{A0} \left[ \frac{\frac{D_g}{kr_c^2} - \frac{1}{r_c} - \frac{1}{r}}{\frac{D_g}{kr_c^2} + \frac{1}{r} - \frac{1}{r_c + \delta} + \frac{D_g}{h_D(r_c + \delta)^2}} \right]$
			Oleh karena itu, laju pelarutan seng oksida dinyatakan dengan persamaan	
				$R_r = \frac{kC_A _{r=r}}{M_{ZnO}} = \frac{C_{A0}}{M_{ZnO}} \left[ \frac{1}{\frac{1}{k} + \frac{r_c}{D_g} \left( 1 - \frac{r_c}{r_c + \delta} \right) + \frac{r_c^2}{h_D(r_c + \delta)^2}} \right]$
			Dalam bentuk laju penyusutan ( <i>shrinkage</i> )	
				$\frac{dr_r}{dt} = -\frac{C_{A0}}{\rho_{ore} G} \left[ \frac{1}{k} + \frac{r_c}{D_g} \left( 1 - \frac{r_c}{r_c + \delta} \right) + \frac{r_c^2}{h_D(r_c + \delta)^2} \right]$
			Berdasarkan	

**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
			partikel diperoleh persamaan berikut	
			$X(t) = 1 - \left( \frac{r_c(t)}{r_0} \right)^3$	
			Dengan persamaan laju penyusutan persamaan volume partikel, diperoleh persamaan tingkat pelarutan partikel sebagai fungsi waktu	
			Konstanta laju reaksi pelarutan seng oksida dalam asam sulfat	
			$k = 6,028 \times 10^{-4} \exp \left( -\frac{13634,96}{RT} \right) (m/s)$	
			Koefisien perpindahan massa	
			$Sh = 2 + 0,6 Sc^{1/3} Re^{1/2} = 2 + 0,6 \left( \frac{\mu}{\rho D} \right)^{1/3} \left( \frac{d_p \mu_p}{\mu} \right)^{1/2}$	
			Persamaan viskositas, densitas, dan koefisien difusivitas campuran	

**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Model	Literatur
			$\mu = (0,4332344 - 4,998831 \times 10^{-3} T + 2,174276 \times 10^{-5} T^2 - 4,216447 \times 10^{-8} T^3 + 3,072309 \times 10^{-11} T^4) \times \exp(0,6128 [ZnSO_4] + 0,1801 [H_2SO_4])$ $\rho = 1153,82 + 66748 [H_2SO_4] + 181,436 [Zn^{2+}] + 158,354 [Fe^{2+}] + 396,312 [Fe^{3+}] - 0,55T$ $D_{\text{ZnSO}_4} = [0,083 - 7,496 ([ZnSO_4] + 0,296 [H_2SO_4])^{0,5} + 4,105 [ZnSO_4] + 3,924 [H_2SO_4] - 0,739 [ZnSO_4] + 1,615 [H_2SO_4]^{1,3}] \times 10^{-10}$	
5	<p><i>Agitated leaching</i> disertai reaksi.</p> $2ZnO \cdot SiO_2 (s) + 6OH^- (aq) + H_2O \rightarrow 2[Zn(OH)_4]^{2-} + SiO_3^{2-} (aq)$	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reaksinya heterogen dan irreversibel</li> <li>Partikel seng silikat berbentuk bola</li> <li>Laju reaksi kimia dikendalikan</li> <li>Pengaruh suhu pada kinetika <i>leaching</i> ditandai dengan nilai energi aktivasi. Tingginya nilai energi aktivasi (&gt;40 kJ/mol) menunjukkan kontrol kimia sedangkan nilai energi aktivasi &lt;20 kJ/mol menunjukkan proses difusi-dikontrol.</li> </ul>	<p>Kinetika pelarutan proses <i>leaching</i></p> $1 - (1 - \alpha)^{1/3} = K_{app} t$ $K_{app} = \frac{k [NaOH]^r}{3 \rho_{\text{solid}} R_o}$ <p>Konstanta laju yang berhubungan dengan suhu berdasarkan persamaan Arrhenius</p> $k = k_o \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right)$ $\ln(k) = \ln(k_o) - \frac{E_a}{R} \frac{1}{T}$ <p>Kinetika <i>shrinking particles</i></p>	Santos dkk, 2010



**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	$1 - \text{Korelasi}^{2/3} K_L t$	Literatur
6	<i>Agitated leaching</i> disertai reaksi. $A(aq) + bB(\text{solid}) \rightarrow \text{produk}$	Energi aktivasi ( $E_a$ ) ditentukan menggunakan persamaan Arrhenius yang menunjukkan difusi atau reaksi kimia mengendalikan reaksi <i>leaching</i> . $b$ (faktor stokiometrik reaksi); $X_B$ (fraksi B yang bereaksi setelah waktu $t$ ); $\tau$ (waktu lengkap pelarutan ( <i>complete dissolution</i> ) B dari bentuk partikel, s); $r_o$ (jari-jari ( <i>radius</i> ) awal partikel, m); $d_o$ (diameter awal partikel, m); $\rho_B$ (densitas molar B, $\text{mol m}^{-3}$ ); $k$ (konstanta laju intrinsik reaksi permukaan atau koefisien perpindahan massa A dalam lapisan tipis ( <i>film</i> ) cairan, $\text{m s}^{-1}$ ); $D$ (difusivitas A melalui lapisan ( <i>layer</i> ) produk, $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$ ); $k_{\text{apparent}}$ (konstanta laju <i>apparent</i> , $\text{s}^{-1}$ ); $C_A$ (konsentrasi A, $\text{mol m}^{-3}$ ); $E_a$ (energi aktivasi); $T$ (suhu absolut); $R$ (konstanta gas); $\alpha$ (konstanta proporsionalitas).	<i>Shrinking sphere</i> (tanpa produk padatan pada permukaan) $\frac{t}{\tau} = 1 - (1 - X_B)^{1/3} = \left( \frac{bkC_A}{\rho_B r_o^2} \right) t = (k_{\text{apparent}}) t$  <i>Shrinking core</i> (difusi reaktan/produk melewati ketebalan produk padatan pada permukaan) $\log(k_{\text{apparent}}) = \log(C_H) + \log \frac{6bD}{\rho_B^2 r_o^2}$  Partikel kecil $\frac{t}{\tau} = 1 - (1 - X_B)^{2/3} = \left( \frac{2bD_A C_A}{\rho_B r_o^2} \right) t$  Partikel besar $\frac{t}{\tau} = 1 - (1 - X_B)^{1/2} = \left( \frac{C_A}{\alpha r_o^2} \right) t$  Partikel berpori (difusi produk yang berpori) $1 - \frac{N_A(t)}{N_A(t = \infty)} = \exp \left( \frac{-\pi^2 D_A}{4L^2} \right) t$  $\ln(1 - X_B) = -k_{\text{apparent}} t$	Senanayake, 2011

**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Konklasi	Literatur
			Persamaan Arrhenius $k = A \exp\left(\frac{-E_a}{RT}\right)$	
7	<i>Agitated leaching</i> disertai reaksi $\text{MnO}_4^- + 3\text{Co}^{2+} + 4\text{H}_2\text{O} = \text{MnO}_2 + 3\text{CoOOH} + 5\text{H}^+$ $\text{MnO}_4^- + 3\text{Co}^{2+} + 7\text{H}_2\text{O} = \text{MnO}_2 + 3\text{Co(OH)}_3 + 5\text{H}^+$	$X$ (fraksi yang bereaksi); (parameter kinetika untuk kontrol reaksi); $k_d$ (parameter kinetika untuk kontrol difusi produk); $t$ (waktu reaksi, min); $A$ (faktor frekuensi); $E_a$ (energi aktivasi reaksi); $R$ (konstanta gas universal); $T$ (suhu absolut)	Laju reaksi dikontrol oleh difusi melalui lapisan produk sehingga persamaan laju terintegrasinya $1 - \frac{2}{3}x - (1-X)^{2/3} = k_d t$ Jika diikuti dengan reaksi permukaan $1 - (1-X)^{1/3} = k_r t$ Ketergantungan suhu dari konstanta laju reaksi dapat dihitung dengan persamaan Arrhenius $k_r = A \exp\left(\frac{-E_a}{RT}\right)$	Safarzadeh dkk, 2011
8	<i>Agitated leaching</i> disertai reaksi $\text{RE}_2(\text{CO}_3)_3 + 6\text{HCl} = 2\text{RECl}_3 + 3\text{H}_2\text{O} + 3\text{CO}_2$ $\text{REF}_3 + 3\text{HCl} = \text{RECl}_3 +$	$x$ (fraksi yang bereaksi); (konstanta kinetika); $M_B$ (berat molekul padatan); $c_A$ (konsentrasi pelarutan <i>lixiviant</i> A dalam larutan <i>bulk</i> ); $a$ (koefisien stokiometri reagen dalam reaksi <i>leaching</i> ); $r_o$ (jari-jari awal partikel padatan); $t$ (waktu	Jika laju reaksi dikontrol oleh difusi melalui lapisan produk, maka persamaan kinetiknya: $1 - \frac{2}{3}x - (1-x)^{2/3} = \frac{2M_B D c_A}{\rho_s a r_o^2} t = k_d t$ Jika reaksi dikontrol oleh	Xue dkk, 2011

**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
	3HF  REFCO <sub>3</sub> (bastnaesit e)	reaksi); $D$ (koefisien difusi pori lapisan produk); $\rho_B$ (densitas padatan); $k_d$ dan $k_r$ (konstanta laju)	reaksi permukaan, maka persamaan kinetiknya: $1 - (1 - x)^{1/3} = \frac{2k_c M_B C_A}{\rho_B a r_0} t = k_d t$	
9	<i>Agitated leaching</i> reaksi	Difusi melewati lapisan cairan ( <i>liquid film</i> ). Difusi melewati lapisan produk/ash atau reaksi kimia pada permukaan <i>shrinking core</i> partikel padatan. $X$ (fraksi yang bereaksi); $k_c$ (konstanta kinetika); $M_B$ (berat molekul padatan); $C_A$ (konsentrasi <i>dissolved A</i> dalam larutan <i>bulk</i> ); $b$ (koefisien stokiometri bahan pereaksi ( <i>reagent</i> ) dalam reaksi <i>leaching</i> ); $R$ (jari-jari awal ( <i>initial radius</i> ) partikel padatan); $t$ (waktu reaksi); $D$ (koefisien difusi dalam pori lapisan produk ( <i>porous product layer</i> )); $\rho_B$ (densitas partikel padatan); $k_f$ , $k_d$ , dan $k_r$ (konstanta laju difusi <i>film</i> , <i>ash</i> , dan <i>chemical reaction</i> ).	Difusi lapisan tipis ( <i>film diffusion</i> ) $X = \frac{3bk C_A}{\rho_B R} = k_d t$ Difusi <i>ash</i> ( <i>ash diffusion</i> ) $1 + 2(1 - X) - 3(1 - X)^{2/3} = \left( \frac{2M_B DC_A}{\rho_B b R^2} \right) t = k_d t$ Reaksi kimia ( <i>chemical reaction</i> ) $1 - (1 - X)^{1/3} = \left( \frac{k M_B C_A}{\rho_B b R} \right) t = k_d t$ <i>First order pseudo-homogeneous model</i> $-\ln(1 - X) = k_d t$ Avremi Model $-\ln(1 - X) = k_d t^n$ <i>Dissolution process for shrinking core model</i> $1 + 2(1 - X) - 3(1 - X)^{2/3} = k_d t$	Ajemba dan Onukwuli, 2012

Semi-empirical



**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	model	Korelasi	Literatur
				$1 + 2(1 - X) - 3(1 - X)^{2/3} = k_a C_{HCl}^a (d_p)^b (S / L)^c (w)^d \exp^{(-Ea / RT)}$	
10	<i>Agitated leaching</i> disertai reaksi	Laju reaksi dikontrol oleh kecepatan aliran ion asam, dispersi ion Al(III), dan mekanisme reaksi. $x$ (laju leaching aluminium); $t$ (waktu reaksi); $\rho_p$ (densitas padatan reaktan); $R_s$ (jari-jari ( <i>radius</i> ) awal partikel); $b$ (rasio molar reaktan padatan); $M_p$ (berat molekul reaktan padatan, g/mol); $K_g$ (faktor perpindahan massa); $C_a$ (konsentrasi asam sulfat); $D_c$ (koefisien difusi lapisan <i>inert</i> ( <i>inert-layer</i> )); $K_i$ (konstanta laju reaksi untuk kontrol difusi <i>inert-layer</i> , menit <sup>-1</sup> ); $K_c$ (konstanta laju reaksi untuk kontrol reaksi kimia di permukaan partikel ( <i>surface chemical reaction control</i> )); $C_0$ (jumlah total Al (III) yang bisa di <i>leaching</i> menggunakan proses pencucian asam); $C$ (jumlah Al (III) yang dapat di <i>leaching</i> dengan berbagai kondisi operasi).	Kontrol lapisan <i>diffusion control</i>	difusi ( <i>film</i> )	Cheng dkk, 2012
	$2Al(OH)_3$ (s) + $3H_2SO_4$ (aq) → $Al_2(SO_4)_3$ (aq) + $6H_2O$		Kontrol lapisan <i>inert-layer diffusion control</i>	difusi inert ( <i>inert-layer diffusion control</i> )	
				$1 - (1 - x) = \frac{t}{t_f}$ $1 - 3(1 - x)^{2/3} + 2(1 - x) = \frac{t}{t_c}$	
			Kontrol reaksi kimia ( <i>surface chemical reaction control</i> )	reaksi ( <i>surface</i> )	
				$1 - (1 - x)^{1/3} = \frac{t}{t_c}$	
			Waktu <i>complete dissolution</i> oleh kontrol difusi lapisan atau <i>time for complete dissolution by liquid film control</i> ( $t_f$ )		
			$t_f = \frac{\rho_p R_s}{3bM_p K_g C_a}$		
			Waktu <i>complete dissolution</i> oleh kontrol difusi lapisan <i>inert</i> atau <i>time for</i>		

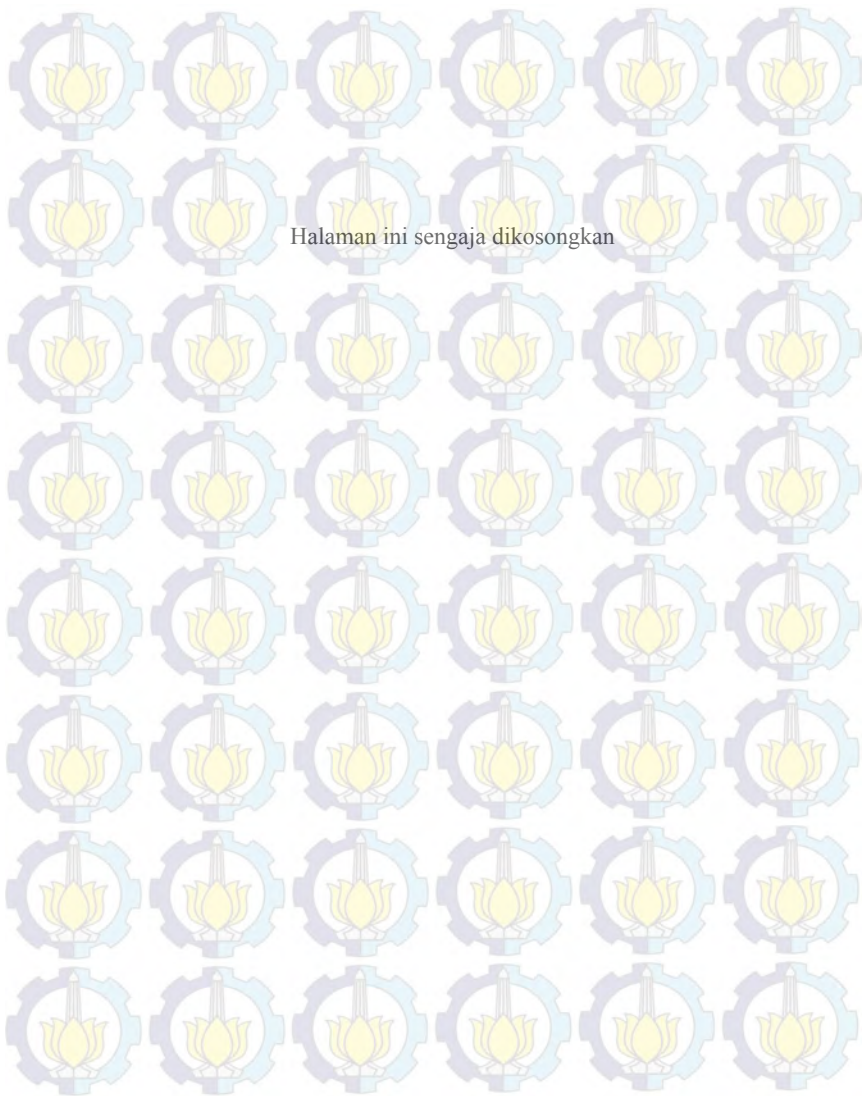


Lanjutan Tabel 2.2.

No	Sistem	Asumsi	Korrelasi	Literatur
			complete dissolution by inert-layer diffusion control ( $t_i$ )	
			$t_i = \frac{\rho_p R_s^2}{6bM_p D_c C_a}$	
			Waktu complete dissolution oleh kontrol reaksi kimia permukaan atau	
			time for complete dissolution by surface chemical reaction control ( $t_c$ )	
			$t_c = \frac{\rho_p R_s}{bM_p K_g C_a}$	
			Laju leaching ditentukan oleh laju difusi inert-layer atau laju reaksi kimia	
			$t = [1 - (1-x)^{1/3}] t_c + [1 - 3(1-x)^{2/3} + 2(1-x)] t_i$	
			Jika proses leaching didominasi oleh mekanisme kontrol difusi inert-layer, maka laju reaksi cepat sehingga $t_c$ mendekati nilai nol.	
			$[1 - 3(1-x)^{2/3} + 2(1-x)] = \frac{t}{t_i} = K_i t$	

**Lanjutan Tabel 2.2.**

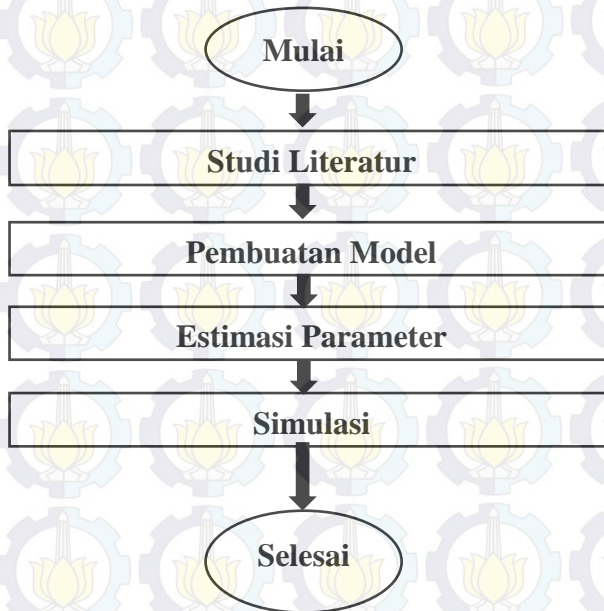
No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
			Jika reaksi <i>leaching</i> didominasi oleh mekanisme kontrol kimia, maka nilai koefisien difusi inert-layer ( $D_c$ ) menjadi tinggi.	
			$\left[1 - (1-x)^{1/3}\right] = \frac{t}{t_c} = K_c t$	
			Rasio <i>leaching</i> ( $x$ )	
			$x = \frac{C}{C_0}$	
11.	<i>Agitated leaching</i> disertai reaksi. $2\text{REF}_3(s) + \text{Al}^{3+} = [\text{AlF}_6]^{3-} + 2\text{RE}^{3+}$  $\text{RE}_2(\text{CO}_3)_3(s) + 6\text{H}^+ = 2\text{RE}^{3+} + 3\text{CO}_2 + 3\text{H}_2\text{O}$  $3\text{CaF}_2(s) + \text{Al}^{3+} = [\text{AlF}_6]^{3-} + 3\text{Ca}^{2+}$	Sistem padatan-cairan menggunakan proses pengadukan dengan asumsi partikel padatan berbentuk bola. $K_1$ , $K_2$ , dan $K_3$ (konstanta <i>apparent</i> untuk control yang berbeda); $\alpha$ (ekstraksi florida); $t$ (waktu leaching, min)	reaksi kimia  $1 - (1-\alpha)^{\frac{1}{3}} = K_1 t$  Kontrol difusi terluar $1 - (1-\alpha)^{\frac{1}{3}} = K_2 t$  Kontrol difusi <i>inner</i> $1 - \frac{2}{3}\alpha - (1-\alpha)^{\frac{2}{3}} = K_3 t$	Li dkk, 2013



## BAB III METODE PENELITIAN

### 3.1 Rancangan Penelitian

Penelitian yang akan dilakukan berdasarkan rancangan penelitian secara eksperimental dengan melakukan percobaan di laboratorium untuk mendapatkan data optimasi *leaching* dan secara pemodelan matematis untuk memodelkan data optimasi *leaching* yang diperoleh menggunakan model SCM. Alur rancangan penelitian secara umum ditunjukkan pada **Gambar 3.1**.

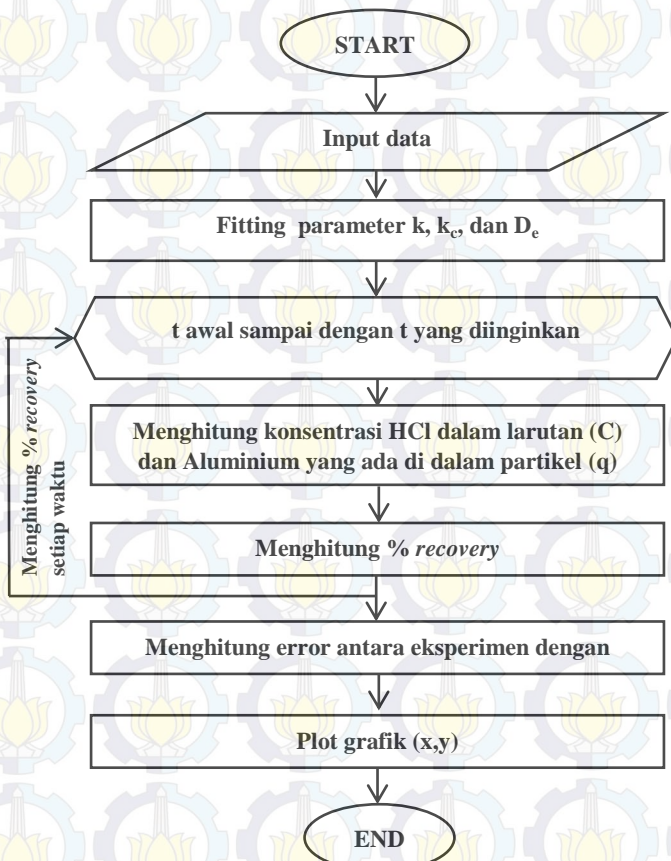


**Gambar 3.1.** Alur rancangan penelitian secara umum



### 3.2 Pemodelan Matematis *Agitated Leaching*

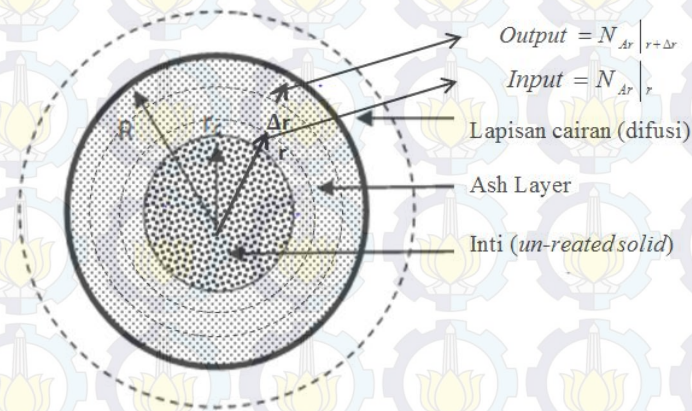
Penelitian ini dilakukan secara simulasi menggunakan *software matrix laboratory* (MATLAB) untuk mengkaji proses *agitated leaching* LPL PDAM menggunakan pengembangan model matematis SCM yang mendiskripsikan proses perpindahan massa yang terjadi. Alur pembuatan simulasi ditunjukkan pada gambar 3.2.



**Gambar 3.2.** Flow chart model ekstraksi aluminium dalam tangki berpengaduk

### 3.2.1 Shrinking Core Model (SCM) dengan adanya Reaksi Kimia

Model ini digunakan untuk memprediksi persentasi perolehan aluminium oksida dari LPL PDAM dengan proses *agitated leaching* dan menganggap partikel LPL PDAM berbentuk bola (*sphere*) dengan kondisi *pseudosteady state*. Ilustrasi SCM dengan partikel berbentuk bola ditunjukkan pada **Gambar 3.3**.



**Gambar 3.3.** Ilustrasi SCM dengan menganggap partikel berbentuk bola

Persamaan laju perpindahan massa HCl dari larutan menuju partikel sebagai berikut :

$$0 = N_{\Delta r}|r - N_{\Delta r}|r+\Delta r \dots\dots\dots(3-1)$$

Reaksi Kimia yang terjadi pada saat ekstraksi:



Persamaan neraca massa total SCM untuk *agitated leaching* dengan adanya reaksi sebagai berikut:

$$\frac{dC_{AL}}{dt} = \frac{k_c}{R} \frac{(1-\varepsilon_L)}{\varepsilon_L} (C_{A(R)} - C_{AL}) \dots\dots\dots (3-2)$$

Perubahan konsentrasi zat terlarut (aluminium) dalam fase padatan (LPL PDAM) setara dengan koefisien perpindahan massa sebagai berikut :

$$\frac{d\bar{q}}{dt} = \frac{4\pi R^2 k_c \rho \text{ padatan}}{3 \text{ massa padatan}} (C_{A(R)} - C_{AL}) \dots\dots\dots (3-3)$$

Persamaan difusi dalam partikel sebagai berikut :

$$-\frac{d}{dr} \left( -D_e 4\pi r^2 \frac{dC_{A(R)}}{dr} \right) = 0 \dots\dots\dots (3-4)$$

Kondisi batas dan kondisi awal Persamaan (3-4) ditunjukkan dalam persamaan (3-5) sampai (3-7)

$$\text{B.C.1 : } r = r_c \text{ pada } D_e \frac{dC_{A(R)}}{dr} = k C_{A(R)} \dots\dots\dots (3-5)$$

$$\text{B.C.2 : } r = R \text{ pada } -D_e \frac{dC_{A(R)}}{dr} = k_c (C_{A(R)} - C_{AL}) \dots\dots (3-6)$$

Kondisi awal:

$$r_c = R, \bar{q} = q_0 \text{ pada } t = 0 \dots\dots\dots (3-7)$$

Nilai rata-rata konsentrasi zat terlarut di dalam partikel dinyatakan dengan persamaan (3-8)

$$\frac{\bar{q}}{q_0} = \left( \frac{r_c}{R} \right)^3 \dots\dots\dots (3-8)$$

Persamaan (3-4) diintegrasikan menghasilkan persamaan (3-9)

$$C_{A(R)} = -\frac{k_1}{r} + k_2 \dots\dots\dots (3-9)$$

Persamaan (3-4) disubstitusi ke persamaan (3-5) diperoleh persamaan (3-10)

$$k_1 = \frac{k k_2 r_c^2}{(D_e + k r_c)} \dots\dots\dots (3-10)$$

Persamaan (3-10) dan persamaan (3-4) disubstitusi ke persamaan (3-6) diperoleh persamaan (3-11)

$$k_2 = \frac{k_c C_{AL} (D_e + k r_c) R^2}{D_e (k r_c^2 + R^2 k_c) + k_c k (r_c R^2 - r_c^2 R)} \dots \dots \dots (3-11)$$

Harga  $K_1$  dan  $K_2$  disubstitusi ke Persamaan (3-9), maka diperoleh Persamaan (3-12)

$$C_{A(R)} = \frac{k k_c C_{AL} R^2 r_c^2}{D_e (k r_c^2 + R^2 k_c) + k_c k (r_c R^2 - r_c^2 R) r} + \frac{k_c C_{AL} (D_e + k r_c) R^2}{D_e (k r_c^2 + R^2 k_c) + k_c k (r_c R^2 - r_c^2 R)} \dots \dots \dots (3-12)$$





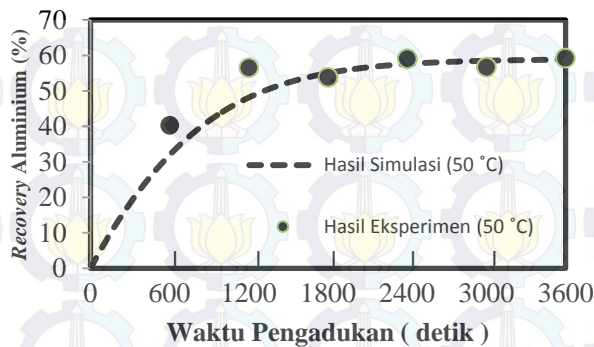
## BAB IV

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Permodelan dan simulasi yang dilakukan pada penelitian ini bertujuan untuk membuat model matematika *agitated leaching* aluminium dari Limbah Padat Lumpur (LPL) PDAM menggunakan *Shrinking Core Model* (SCM) dan melakukan *fitting* parameter model dengan membuat hasil simulasi mendekati data eksperimen. Berdasarkan hasil simulasi ini dapat diketahui pengaruh berbagai variabel proses pada hasil ekstraksi yang dinyatakan dalam *%recovery* aluminium. Variabel yang mempengaruhi hasil ekstraksi adalah temperatur ekstraksi (T), waktu pengadukan (t), dan Konsentrasi pelarut (C). Dimana variabel ini akan mempengaruhi hasil *fitting* parameter yang akan digunakan pada simulasi yaitu koefisien transfer massa antara fluida dengan partikel ( $k_c$ ), konstanta kecepatan reaksi (k), dan Koefisien difusivitas ( $D_e$ ).

#### 4.1. Pengaruh Lama Pengadukan Ekstraksi Terhadap % Recovery Aluminium

Berdasarkan hasil simulasi yang dilakukan didapatkan hubungan antara lama pengadukan ekstraksi terhadap *% recovery* yang ditunjukkan oleh **Gambar 4.1**.



**Gambar 4.1.** Pengaruh waktu pengadukan terhadap % *recovery* aluminium pada suhu 50 °C dengan menggunakan pelarut HCl sebesar 4 M

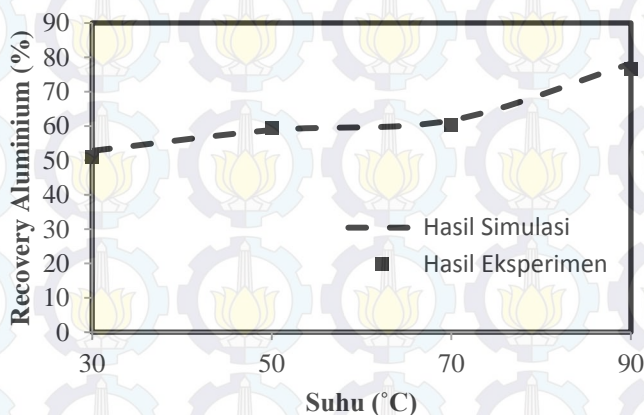
Berdasarkan Gambar 4.1 dapat dilihat bahwa semakin lama waktu pengadukan ekstraksi aluminium maka hasil % *recovery* aluminium yang didapat juga semakin besar, namun sampai waktu tertentu padatan tidak dapat diekstrak lebih lanjut lagi sehingga apabila proses ekstraksi tetap dilanjutkan maka % *recovery* aluminium yang diperoleh tidak akan berbeda jauh dengan hasil % *recovery* yang didapat pada waktu sebelumnya. Semakin meningkatnya % *recovery* seiring dengan waktu ekstraksi ini disebabkan karena semakin lama waktu kontak antara padatan dengan pelarut HCl dan pada waktu tertentu % *recovery* akan konstan disebabkan kecepatan transfer massa yang turun seiring dengan naiknya konsentrasi solute di dalam pelarut sehingga pada suatu saat pelarut tidak mampu mengekstrak lagi sehingga hasil yang didapat konstan (Cheng,2012).

Hasil simulasi ini telah dibandingkan dengan hasil eksperimen yang dapat dilihat pada gambar 4.1. Pada gambar 4.1 dapat dilihat bahwa hasil simulasi hampir sesuai dengan hasil eksperimen (Alun dan Saivi, 2015). Hal ini dibuktikan dengan

rentang error antara hasil simulasi dengan eksperimen sebesar 0,76% - 22,57%.

#### 4.2. Pengaruh Suhu Terhadap % *Recovery* Aluminium

Berdasarkan Hasil simulasi yang dilakukan didapatkan hubungan antara suhu terhadap % *recovery* aluminium yang ditunjukkan oleh **Gambar 4.2**



**Gambar 4.2.** Pengaruh suhu (30°C, 50°C, 70°C, 90°C) terhadap % *recovery* aluminium dengan menggunakan pelarut HCl sebesar 4 M pada  $t = 3600$  detik

Berdasarkan Gambar 4.2 dapat dilihat bahwa semakin tinggi suhu maka %*recovery* aluminium semakin tinggi. Kenaikan % *recovery* aluminium berbanding lurus dengan kenaikan suhu. Hal ini dipengaruhi oleh 3 parameter yaitu koefisien transfer massa antara fluida dengan partikel ( $k_c$ ), konstanta kecepatan reaksi ( $k$ ), dan difusivitas ( $D_c$ ). Nilai parameter-parameter yang digunakan dapat dilihat pada **Tabel 4. 1**



**Tabel 4.1.** Nilai Parameter  $k_c$ ,  $k$ , dan  $D_e$  Pada Suhu (30 °C, 50 °C, 70 °C, dan 90 °C)

Suhu (°C)	$k_c$ (cm/s)	$k$ (cm/s)	$D_e \times 10^5$ (cm <sup>2</sup> /s)
30	0,0041	10,5	6,8
50	0,0045	16,4	8,5
70	0,0047	20,6	9,35
90	0,0049	25,4	9,85

Hasil simulasi ini telah dibandingkan dengan hasil eksperimen yang dapat dilihat pada Gambar 4.2. Nilai  $D_e$  yang digunakan dalam simulasi ini  $<10^{-4}$  cm<sup>2</sup>/s dimana menurut kajian literatur rentang nilai difusivitas untuk solid diantara  $10^{-30}$ - $10^{-4}$  (Geankoplis, 2003). Dari simulasi didapatkan nilai  $D_e$  yang semakin meningkat dengan bertambahnya suhu dikarenakan dengan naiknya suhu akan menyebabkan gerakan molekul pelarut HCl semakin cepat. Selain itu, kenaikan suhu menyebabkan pori-pori padatan mengembang sehingga memudahkan HCl sebagai pelarut untuk berdifusi masuk ke dalam partikel padatan dan melarutkan aluminium didalamnya, semakin banyak pelarut HCl yang berkontak dengan padatan lumpur menyebabkan perpindahan massa solut dari padatan menuju pelarut juga semakin besar (Treyball, 1981). Berdasarkan kajian literatur didapatkan hubungan nilai  $k_c$  dengan suhu yaitu  $k_c = 10^{-9,21} \cdot T^{2,04}$  (Geankoplis, 2003).

Nilai  $k_c$  yang digunakan dari simulasi ini berkisar  $10^{-3}$ - $10^{-2}$  cm/s. Rentang nilai  $k_c$  ini sesuai dengan rentang nilai  $k_c$  yang didapat oleh Cheng (2012), dimana percobaan yang dilakukan Cheng (2012) adalah ekstraksi limbah padat lumpur menggunakan pelarut  $H_2SO_4$ . Dari simulasi didapatkan nilai  $k_c$  yang semakin meningkat, hal ini disebabkan semakin naiknya suhu maka semakin mudah pelarut berdifusi masuk ke dalam padatan sehingga menyebabkan semakin besar pula perpindahan massa antara padatan dengan pelarut yang terjadi. Hal ini sesuai dengan kajian literatur yang menyatakan nilai difusivitas ( $D_e$ ) yang semakin meningkat nilai  $k_c$  juga semakin meningkat.

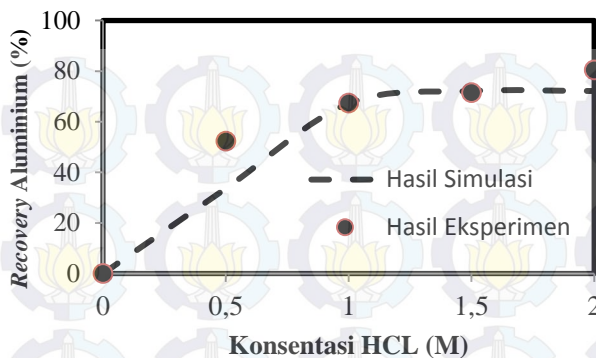
$$k_c = \frac{D_e}{\delta_f}$$

Dimana  $k_c$  = koefisien transfer massa,  $D_e$  = koefisien difusivitas, dan  $\delta_f$  = ketebalan film. Berdasarkan kajian literatur didapatkan hubungan nilai  $k_c$  dengan suhu yaitu  $k_c = 10^{-4,77} \cdot T^{0,965}$  (Geankoplis, 2003)

Kenaikan pergerakan molekul HCl yang disebabkan kenaikan suhu menyebabkan reaksi berlangsung semakin cepat, sehingga nilai  $k$  yang digunakan juga semakin meningkat seiring dengan naiknya suhu. Dengan menggunakan persamaan Arrhenius akan diperoleh persamaan  $k = 2143,081 \exp(-1596,7/T)$ . Hal ini sesuai dengan literatur (Levenspiel, 1999) yang menyatakan konstanta kecepatan reaksi berbanding lurus dengan suhu. Pada Gambar 4.2 dapat dilihat bahwa hasil simulasi hampir sesuai dengan hasil eksperimen yang dilakukan (Alun dan Saivi, 2015). Hal ini dibuktikan dengan rentang error sebesar 0,0075% - 0,038%. Dengan diketahui semua nilai parameter maka dapat diketahui bahwa pada sistem ini yang mengontrol adalah reaksi kimia dengan % *resistance* sebesar 0,042% (Levenspiel, 1999).

#### 4.3 Pengaruh Konsentrasi Pelarut HCl Terhadap % *Recovery* Aluminium

Berdasarkan Hasil simulasi yang dilakukan didapatkan hubungan antara konsentrasi terhadap % *recovery* aluminium yang ditunjukkan oleh **Gambar 4.3**.



**Gambar 4.3.** Pengaruh konsentrasi HCl terhadap % *recovery* aluminium pada suhu 90 °C saat t = 3600 detik

Berdasarkan Gambar 4.3 dapat dilihat bahwa semakin besar konsentrasi yang digunakan semakin besar pula % *recovery* yang didapat. Hal ini dikarenakan semakin tinggi konsentrasi pelarut HCl maka semakin banyak aluminium yang terbentuk sesuai reaksi:



sehingga semakin banyak %*recovery* aluminium yang terbentuk. Pada Gambar 4.3 dapat dilihat bahwa hasil simulasi (Alun dan Saivi, 2015) hampir sesuai dengan hasil eksperimen yang dilakukan Hal ini dibuktikan dengan rentang error antara hasil simulasi dengan eksperimen sebesar 0,22% - 35,76%.

## DAFTAR PUSTAKA

- Ajemba. R.O, Onukwuli.O.D, (2012), "Application of The Shrinking Core Model to The Analysis of Alumina Leaching From Ukpor Clay Using Nitric Acid", *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*, Vol. 1, Issue. 3, hal. 1-13.
- Alun. G, Saivi. B (2015), "Eksperimen Proses Ekstraksi Aluminium dari Limbah Lumpur PDAM di dalam Tangki Berpengaduk", : Laporan Skripsi Jurusan Teknik Kimia FTI – ITS.
- Ariono. D, Mirwan. A, (2008), "Dinamika Tetes dan Koefisien Pindah Massa pada Ekstraksi Cair-Cair dalam Kolom Isian", *Prosiding Seminar Nasional Rekayasa Kimia dan Proses (SRKP)*, Universitas Diponegoro, Semarang.
- Beolchini. F, Papini. M. P, Toro. L, Trifoni. M, Vegli. F, (2001), "Acid Leaching of Manganiferous Ores by Sucrose: Kinetic Modelling and Related Statistical Analysis", *Minerals Engineering*, vol. 14, no. 2, hal. 175-184.
- Cahyana. G. H, (2009), *Pengolahan Lumpur (Sludge Treatment)*, <http://www.airlimbahku.com/2009/10/pengol-lumpur-sludge-treatment.html>, diakses pada tanggal 29 Maret 2014.
- Cheng. W.P, Fu. C.H, Chen. P.H, Yu. R.F, (2012), "Dynamics of aluminum leaching from water purification sludge", *Journal of Hazardous Materials*, Vo. 217-218, hal. 149-155.
- Chiang. K.Y, P.H. Chou, C.R. Hua, K.L. Chien, C. Cheeseman, (2009), "Lightweight Bricks Manufactured from Water Treatment Sludge and Rice Husks", *Journal of Hazardous Materials*, 171, hal. 76-82.
- Evuti. A.M, Lawal. M, (2011), "Recovery of Coagulants from Water Works Sludge: A Review", *Advances in Applied Science Research*, 2 (6), hal. 410-417.



- Fair. G. M, Geyer. J. C, Okun. D. A, (1971), *Elements of Water Supply and Waste Water Disposal*, 2<sup>nd</sup> Edition, Wiley, Tokyo.
- Florenca. S. L, Fadhilah. A, (2010), *Pengolahan Air Baku Menjadi Air Distribusi Menggunakan PAC Liquid sebagai Koagulan di PDAM Bandarmasih Kota Banjarmasin*, Laporan Kerja Praktek, Universitas Lambung Mangkurat, Banjarmasin.
- Geankoplis. C. J, (2003), *Transport Processes and Unit Operations*. 3<sup>rd</sup> edition, Prentice-Hall International, New Jersey.
- Gbor. P. K, Jia. C. Q, (2004), "Critical Evaluation of Coupling Particle Size Distribution With the Shrinking Core Model", *Chemical Engineering Science*, vol. 59, hal. 1979-1987.
- Goto. M, Roy. B.C, Hirose. T, (1996), "Shrinking-Core Leaching Model for Supercritical Fluid Extraction", *The Journal of Supercritical Fluids*, Vol. 9, hal. 128-133.
- Huang. C. H, Wang. S. Y, (2013), "Application of Water Treatment Sludge in the Manufacturing of Lightweight Aggregate", *Construction and Building Materials*, Vol. 43, hal. 174-183.
- Jia. F.H.Z.G, Wang. P.J, Liu. Z.Z, (2003a), "Synthesis of polyaluminum chloride with a membrane reactor: effects of operation modes", *Journal of Membrane Science*, Vol. 227, hal. 15-21.
- Jia. F.H.Z.G, Wang. P.J, Liu. Z.Z, (2005b), "Synthesis of polyaluminum chloride with a membrane reactor: parameters optimization for the in situ synthesis", *Journal of Membrane Science*, Vol. 247, hal. 221-226.
- Keeley. J, Jarvis. P, Judd. S. J, (2012), "An Economic Assessment of Coagulant Recovery from Water Treatment Residuals", *Desalination*, Vol. 287, hal. 132-137.
- Lee. I.H, Wang. Y.J, Chern. J.M, (2005), "Extraction Kinetics of Heavy Metal-Containing Sludge", *Journal of Hazardous Materials*, Vol. B123, hal.112-119.

- Levenspiel. O, (1999), *Chemical Reaction Engineering*, 3<sup>rd</sup> edition, John Wiley & Sons Inc., New York.
- Li. F, Jiang. J.Q, Wu. S, Zhanga. B, (2010), "Preparation and Performance of A High Purity Poly-Aluminum Chloride", *Chemical Engineering Journal*, 156, hal. 64–69.
- Machmudah. S, Sulaswatty. A, Sasaki. M, Goto. M, Hirose. T, (2006), "Supercritical CO<sub>2</sub> Extraction of Nutmeg Oil: Experiments and Modeling", *Journal of Supercritical Fluids*, Vol. 39, hal. 30-39.
- Masides. J, Soley. J, Alvarez. J.M, (1988), "A Feasibility Study of Alum Recovery in Wastewater Treatment Plants", *Water Research Journal*, Vol. 22, No. 4, hal. 399-405.
- Mirwan. A, (2009), "Pemanfaatan Limbah Padat Lumpur PDAM sebagai Tawas Cair untuk Penjernihan Air dari Air Sungai Barito Kalimantan Selatan", *Prosiding Seminar Nasional Inovasi & Aplikasi Teknologi di Industri (SENIATI)*, Institut Teknologi Nasional, Malang.
- Mirwan. A, (2011), "Penjernihan Air Sungai Martapura Kalimantan Selatan Menggunakan Limbah Padat Lumpur PDAM", *Jurnal Purifikasi*, Vol. 12 No.3, hal. 17-24.
- Oliveira. E.L.G, Silvestre. A.J.D, Silva. C.M, (2011), "Review of Kinetic Models for Supercritical Fluid Extraction", *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 89, hal.1104–1117.
- Petruzzelli D, A. Volpe,. N. Limoni,. R. Passino, (2000), "Coagulants Removal and Recovery from Water Clarifier Sludge", *Water Research Journal*, Vol. 34, Issue 7, hal. 2177-2182.
- Prosser. A. P, (1996), "Review of Uncertainty in The Collection and Interpretation of Leaching Data, *Hydrometallurgy*, vol. 41, hal. 119-153.
- Roy. B.C, Goto. M, Hirose. T, (1996), "Extraction of Ginger Oil with Supercritical Carbon Dioxide: Experiments and Modeling", *Industrial & Engineering Chemistry Research.*, Vol. 35, No. 2, hal. 607-612.

- Safari. V, Gilnaz Arzpeyma. G, Rashchi. F, Mostoufi. N, (2009), "A shrinking particle—shrinking core model for leaching of a zinc ore containing silica", *Int. J. Miner. Process*, Vol. 93, hal. 79–83.
- Safarzadeh. M. S, Dhawan. N, Birinci. M, Moradkhani. D, (2011), "Reductive Leaching of Cobalt from Zinc Plant Purification Residues", *Hydrometallurgy*, vol. 106, hal. 51–57.
- Salgin. U, Döker. O, Çalimli. A, (2006), "Extraction of sunflower oil with supercritical CO<sub>2</sub>: experiments and modeling", *Journal of Supercritical Fluids*, vol. 38, hal. 326–331.
- Santos. F. M. F, Pina. P. S, Porcaro. R, Oliveira. V. A, Silva. C. A, Leão. V. A, (2010), The Kinetics of Zinc Silicate Leaching in Sodium Hydroxide, *Hydrometallurgy*, vol. 102, hal. 43–49.
- Sediawan. W.B, Prasetya. A, (1997), *Pemodelan Matematis dan Penyelesaian Numeris dalam Teknik Kimia dengan Pemograman Bahasa Basic dan Fortran*, Penerbit ANDI, Yogyakarta.
- Senanayake. G, (2011), "Acid Leaching of Metals from Deep-Sea Manganese Nodules-A Critical Review of Fundamentals and Applications", *Minerals Engineering*, vol. 24, hal. 1379–1396.
- Silva. L. P. S, Martínez. J, (2014), "Mathematical Modeling of Mass Transfer in Supercritical Fluid Extraction of Oleoresin from Red Pepper", *Journal of Food Engineering*, vol. 133, hal. 30–39.
- Sovova. H, (1994), "Rate of The Vegetable Oil Extraction with Supercritical CO<sub>2</sub> I. Modelling of Extraction Curves", *Chemical Engineering Science*, Vol. 49, No. 3, hal. 409–414.
- Sovova. H, (2005), "Mathematical Model for Supercritical Fluid Extraction of Natural Products and Extraction Curve Evaluation", *Journal of Supercritical Fluids*, vol. 33, hal. 35–52.



- Sujana. M. G, Thakur. R. S, Rao. S. B, (1998), “Removal of Fluoride from Aqueous Solution Using Alum Sludge”, *J. Colloid Interface Sci*, Vol. 206, hal. 94-101.
- Treybal. R. E, (1980), *Mass Transfer Operations*, 3<sup>rd</sup> edition, McGraw-Hill, New York.
- Vries. G. D, (2001), *What is Mathematical Modelling?*, Lecture Note Department of Mathematical Sciences University of Alberta, <http://www.math.ualberta.ca/>
- Wen-Po Cheng. W.P, Fu. C.H, Chen. P.H, Yu. R.F, (2012), “Dynamics of Aluminum Leaching from Water Purification Sludge”, *Journal of Hazardous Materials*, 217– 218, hal. 149– 155.
- Xue. G.R, Yan. Z.C, Wang. Y.C, Wang. N, (2011), —Recycle of Alum Recovered from Water Treatment Sludge in Chemically Enhanced Primary Treatmentl, *Journal of Hazardous Materials*, Vol. 161, hal. 663–669.
- Yuniwati. M, (2012), “Produksi Minyak Biji Kapuk Dalam Usaha Peman Faatan Biji Kapuk Sebagai Sumber Minyak Nabati”, *Jurnal Teknologi Technoscientia*, Vol. 4, No. 2, hal. 202-212.



## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan model simulasi yang telah dibuat, didapatkan kesimpulan sebagai berikut :

1. Pada penelitian ini sudah diselesaikan model matematik simulasi proses ekstraksi aluminiun dari lumpur PDAM di dalam tangki berpengaduk.
2. Korelasi nilai parameter terhadap suhu yang didapat dari hasil fitting parameter:

- Nilai k semakin tinggi dengan meningkatnya suhu

$$k = 2143,081e^{-\frac{1596,7}{T}}$$

- Nilai  $k_c$  semakin tinggi dengan meningkatnya suhu

$$k_c = 10^{-9,21}T^{2,04}$$

- Nilai  $D_e$  semakin tinggi dengan meningkatnya suhu

$$D_e = 10^{-4,77}T^{0,965}$$

3. Beberapa variabel proses yang mempengaruhi *%Recovery* telah dikaji secara eksperimen dan simulasi, dan dihasilkan hasil sebagai berikut:

- Semakin lama waktu ekstraksi, *% recovery* yang didapat semakin besar dengan error antara hasil simulasi dengan eksperimen sebesar 0,76% - 22.57%.
- Semakin tinggi suhu, *% recovery* yang didapat semakin besar dengan error antara hasil simulasi dengan hasil eksperimen sebesar 0,0075% - 0.038%.
- Semakin besar konsentrasi pelarut HCl, *% recovery* yang didapat semakin besar dengan error antara hasil simulasi dengan hasil eksperimen sebesar 0,22% - 35,76%.

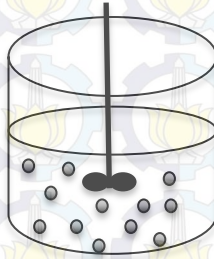
## 5.2. Saran

1. Simulasi divalidasi dengan data yang lebih valid untuk meningkatkan akurasi dari model matematik simulasi yang dibuat.
2. Simulasi dilakukan dengan konsentrasi HCl yang lebih rendah ( $< 2M$ ) agar terlihat perubahan yang signifikan dari % *recovery*.
3. Mengoptimasi nilai parameter-parameter yang didapat agar didapat hasil yang akurat.

## APPENDIKS A PENYELESAIAN NUMERIK

### ➤ **Modek Agitated Leaching**

Asumsi : teraduk sempurna dan partikel berbentuk bola



Tangki berpengaduk

$$\bar{R} = -D_e \frac{dC_{A(R)}}{dr} \Big|_{r=R}$$

$$\text{luas partikel (A)} = 4\pi R^2$$

$$\text{volume solid partikel (V}_p\text{)} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\text{volume cair (V}_c\text{)} = \frac{\text{volume solid partikel } \varepsilon_L}{(1 - \varepsilon_L)}$$

$$\text{volume cair (V}_c\text{)} = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3 \varepsilon_L}{(1 - \varepsilon_L)}$$

$$a = \frac{\text{luas partikel}}{\text{volume cair}}$$

$$a = \frac{4\pi R^2}{\frac{4}{3}\pi R^3 \frac{\epsilon_L}{(1 - \epsilon_L)}}$$

$$\epsilon_L = \frac{V_c}{V_c + \text{volume solid partikel}}$$

➤ **Laju perpindahan massa dari pelarut HCl menuju partikel**

$$V_c \frac{dC_{AL}}{dt} = \bar{R} a V_c$$

$$\frac{dC_{AL}}{dt} = k_c (C_{A(R)} - C_{AL}) \frac{4\pi R^2}{\frac{4}{3}\pi R^3 \frac{\epsilon_L}{(1 - \epsilon_L)}}$$

$$\frac{dC_{AL}}{dt} = \frac{3 k_c}{b R} \frac{(1 - \epsilon_L)}{\epsilon_L} (C_{A(R)} - C_{AL})$$

➤ **Laju perpindahan massa dari padatan lumpur menuju pelarut HCl**

$$\text{Volume solid padatan} \frac{d\bar{q}}{dt} = \bar{R} a V_c$$

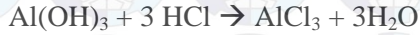
$$\frac{\text{massa padatan } d\bar{q}}{\rho \text{ padatan } dt}$$

$$= k_c (C_{A(R)} - C_{AL}) \frac{4\pi R^2}{\frac{4}{3}\pi R^3 \frac{\epsilon_L}{(1 - \epsilon_L)}} \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \epsilon_L}{(1 - \epsilon_L)}$$



$$\frac{d\bar{q}}{dt} = \frac{4\pi R^2 k_c \rho \text{ padatan}}{b \text{ massa padatan}} (C_{A(R)} - C_{AL})$$

➤ **Reaksi kimia yang terjadi pada saat proses ekstraksi:**



b = koefisien reaksi HCl

$$\frac{dC_{AL}}{dt} = \frac{3 k_c}{b R} \frac{(1 - \varepsilon_L)}{\varepsilon_L} (C_{A(R)} - C_{AL})$$

$$\frac{dC_{AL}}{dt} = \frac{3 k_c}{3 R} \frac{(1 - \varepsilon_L)}{\varepsilon_L} (C_{A(R)} - C_{AL})$$

$$\frac{dC_{AL}}{dt} = \frac{k_c}{R} \frac{(1 - \varepsilon_L)}{\varepsilon_L} (C_{A(R)} - C_{AL})$$

$$\frac{d\bar{q}}{dt} = \frac{4\pi R^2 k_c \rho \text{ padatan}}{b \text{ massa padatan}} (C_{A(R)} - C_{AL})$$

$$\frac{d\bar{q}}{dt} = \frac{4\pi R^2 k_c \rho \text{ padatan}}{3 \text{ massa padatan}} (C_{A(R)} - C_{AL})$$

➤ **Neraca massa sistem :**

Akumulasi = input – output + generasi – konsumsi

Asumsi : pseudo-steady state

$$0 = N_{\Delta r|r} - N_{\Delta r|r+\Delta r} \quad \text{dibagi dengan } \Delta r$$

$$0 = -\frac{N_{\Delta r|r+\Delta r} + N_{\Delta r|r}}{\Delta r}$$

$$-\frac{dN_{\Delta r}}{dr} = 0$$

$$\frac{dN_{\Delta r}}{dr} = 0$$

$$N_{\Delta r} = -D_e 4\pi r^2 \frac{dC_{A(R)}}{dr}$$

$$-\frac{d}{dr} \left( -D_e 4\pi r^2 \frac{dC_{A(R)}}{dr} \right) = 0$$

$$4\pi D_e \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dC_{A(R)}}{dr} \right) = 0$$

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dC_{A(R)}}{dr} \right) = 0$$

$$r^2 \frac{dC_{A(R)}}{dr} = k_1$$

$$\int dC_{A(R)} = \int \frac{k_1}{r^2} dr$$

$$C_{A(R)} = -\frac{k_1}{r} + k_2$$

➤ **B. C 1** → **r = r<sub>c</sub>**

$$D_e \frac{dC_{A(R)}}{dr} = k C_{A(R)}$$

Substitusi  $C_{A(R)}$  untuk mendapatkan nilai  $k_1$

$$D_e \frac{k_1}{r^2} = k \left( -\frac{k_1}{r} + k_2 \right)$$

$$D_e k_1 = k r^2 \left( -\frac{k_1}{r} + k_2 \right)$$

$$D_e k_1 = -k k_1 r + k k_2 r^2$$

$$D_e k_1 + k k_1 r = k k_2 r^2$$

$$(D_e + k r) k_1 = k k_2 r^2$$

$$k_1 = \frac{k k_2 r^2}{(D_e + k r)}$$

mengganti nilai r dengan rc

$$k_1 = \frac{k k_2 r_c^2}{(D_e + k r_c)}$$

➤ **B.C 2 → r = R**

$$-D_e \frac{dC_{A(R)}}{dr} = k_c (C_{A(R)} - C_{AL})$$

$$-D_e \frac{k_1}{r^2} = k_c \left( -\frac{k_1}{r} + k_2 - C_{AL} \right)$$

substitusi nilai  $k_1$  dan  $C_{A(R)}$  untuk mendapatkan nilai  $k_2$

$$-D_e \frac{k k_2 r_c^2}{(D_e + k r_c) r^2} = k_c \left( -\frac{k k_2 r_c^2}{(D_e + k r_c) r} + k_2 - C_{AL} \right)$$

$$-D_e \frac{k k_2 r_c^2}{(D_e + k r_c) r^2} = -\frac{k_c k k_2 r_c^2}{(D_e + k r_c) r} + k_c k_2 - k_c C_{AL}$$

mengganti nilai r dengan R

$$-D_e \frac{k k_2 r_c^2}{(D_e + k r_c) R^2} + \frac{k_c k k_2 r_c^2}{(D_e + k r_c) R} - k_c k_2 = -k_c C_{AL}$$

$$\left( \frac{-D_e k r_c^2 + R k_c k r_c^2 - (D_e + k r_c) R^2 k_c}{(D_e + k r_c) R^2} \right) k_2 = -k_c C_{AL}$$

$$k_2 = \frac{-k_c C_{AL} (D_e + k r_c) R^2}{-D_e k r_c^2 + R k_c k r_c^2 - (D_e + k r_c) R^2 k_c}$$

$$k_2 = \frac{k_c C_{AL} (D_e + k r_c) R^2}{D_e k r_c^2 - R k_c k r_c^2 + (D_e + k r_c) R^2 k_c}$$

$$k_2 = \frac{k_c C_{AL} (D_e + k r_c) R^2}{D_e (k r_c^2 + R^2 k_c) + k_c k (r_c R^2 - r_c^2 R)}$$

substitusi nilai  $k_2$  pada  $k_1$

$$k_1 = \frac{k k_c C_{AL} (D_e + k r_c) R^2 r_c^2}{(D_e + k r_c) D_e (k r_c^2 + R^2 k_c) + k_c k (r_c R^2 - r_c^2 R)}$$

$$k_1 = \frac{k k_c C_{AL} R^2 r_c^2}{D_e (k r_c^2 + R^2 k_c) + k_c k (r_c R^2 - r_c^2 R)}$$

substitusi nilai  $k_1$  dan  $k_2$  pada  $C_{A(R)}$  dan  $r = R$

$$C_{A(R)} = -\frac{k_1}{R} + k_2$$



$C_{A(R)}$

$$= - \frac{k k_c C_{AL} R^2 r_c^2}{D_e (k r_c^2 + R^2 k_c) + k_c k (r_c R^2 - r_c^2 R) R} + \frac{k_c C_{AL} (D_e + k r_c) R^2}{D_e (k r_c^2 + R^2 k_c) + k_c k (r_c R^2 - r_c^2 R)}$$

➤ **Menghitung % *Recovery***

$$\% recovery = \frac{q_0 - \bar{q}}{q_0} \times 100\%$$

➤ **Menghitung % *Error***

$$\% error = \frac{\% recovery \text{ eksperimen} - \% recovery \text{ simulasi}}{\% recovery \text{ eksperimen}}$$

## APPENDIKS B

### DATA HASIL SIMULASI

**Tabel B.1.** Pengaruh waktu ekstraksi terhadap % *recovery*

Waktu (detik)	<i>Recovery</i> Simulasi (%)	<i>Recovery</i> Eksperimen (%)	Error (%)
600	31,98	41,30	22,57
1200	48,16	56,55	14,84
1800	55,03	53,84	2,21
2400	57,60	59,06	2,47
3000	58,50	56,72	3,14
3600	58,81	59,26	0,76

**Tabel B.2.** Pengaruh suhu terhadap % *recovery*

Suhu (°C)	<i>Recovery</i> Simulasi (%)	<i>Recovery</i> Eksperimen (%)	Error (%)
30	52,78	50,85	0,038
50	58,82	59,26	0,0075
70	61,69	60,31	0,023
90	78,15	76,54	0,021

**Tabel B.3.** Pengaruh konsentrasi pelarut HCL terhadap % *recovery*

Konsentrasi (M)	<i>Recovery</i> Simulasi (%)	<i>Recovery</i> Eksperimen(%)	Error (%)
0,5	33,6	52,3	35,76
1	67,2	67,35	0,22
1,5	72,14	71,48	0,92
2	72,14	80,42	10,30

## APPENDIKS C

### LISTINGAN PROGRAM

#### MATLAB 7.1

```

clc;
clear;
clf;

Dp = 0.059; % Diameter partikel(cm)= 200-325 mesh
HCl = 146; % Konsentrasi HCl dalam larutan (g/L)
Vc = 250; % Volume larutan HCl(cm3)
De = 0.000085; % koefisien Difusivitas padatan (cm2/s)
q0 = 1.362; % Konsentrasi Al2O3 mula2 dalam partikel(g/L)
R = 0.5*Dp; % jari-jari partikel (cm)
Cal = 0.0045; % konsentrasi HCl dalam larutan (kmol/m3)
kc = 0.0045; % koefisien perpindahan massa eksternal (cm/s)
k = 16.4; % Konstanta kecepatan reaksi (cm/s)
b = 3; % koefisien reaksi HCl: Al(OH)3 + 3HCl --- AlCl3 3H2O
Vpart = 0.0001075; % Volume Partikel LPL (cm3)

[t,Y]=ode45('lpl_react',[0:5:3600],[HCl;q0]);
[t,Y];
C=Y(:,1); % konsentrasi HCl dalam larutan
q=Y(:,2); % konsentrasi Aluminium dalam padatan
deltaT=5;
np=600/deltaT; %sekon
n=3600/deltaT; %sekon
nn = n/np;%fungsinya agar data terbaca dalam grafik

RECAexp=[0 41.3 56.55 53.84 59.06 56.72 59.26];
disp([' t      K1      K2      Ca(R)      C      q      RECA      ']);
disp([' ===== ===== ===== ===== ===== ']);
disp([' ===== ===== ']);

for i=1:n+1
    REC(i)=((q0-q(i))/q0)*100;

```

$$k1(i)=(k*kc*C(i)*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)^2*R^2)/(kc*k*(R^2*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)-R*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)^2)+De*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)^2*k+kc*R^2));$$

$$k2(i)=(kc*C(i)*R^2*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)*k+De)/(kc*k*(R^2*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)-R*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)^2)+De*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)^2*k+kc*R^2));$$

$$M(i)=(k*kc*C(i)*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)^2*R^2)/(R*(kc*k*(R^2*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)-R*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)^2)+De*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)^2*k+kc*R^2))+...$$

$$(kc*C(i)*R^2*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)*k+De)/(kc*k*(R^2*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)-R*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)^2)+De*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)^2*k+kc*R^2));$$

End

```
for i=1:nn+1;
    ii = 1 + (i-1)*np;
    tt=t(ii);
    CC=C(ii);
    qq=q(ii);
    BB=k1(ii);
    DD=k2(ii);
    MM=M(ii);
    ta(i)=t(ii);
    Ci(i)=C(ii);
    RECA=REC(ii);
```



```

disp([' ', num2str(tt),' ', num2str(BB),' ', num2str(DD),' ',
num2str(MM),' ', num2str(CC),' ', num2str(qq),' ',
num2str(RECA)])
end
disp([' eror']);
disp([' =====']);

sigma1=0;
sigma2=0;
for i=2:nn+1
    sigma1=sigma1+((RECA-RECAexp(i))^2);
    sigma2=sigma2+(RECAexp(i))^2;
    eror=sqrt(sigma1/sigma2);
    persenerr=((RECAexp(i)-RECA)/RECAexp(i))*100;
    disp([' ',num2str(persenerr)])% mencari persen error
end

%subplot(1,3,1)
figure(1)
% title ('Profil ekstraksi Al2O3')
title ('Profil ekstraksi Al(III)')
plot(t,q,':g')
xlabel('Waktu Pengadukan (detik)')
% ylabel('Konsentrasi Al2O3 (gr/ml)')
ylabel('Konsentrasi(gr/ml)')
% legend('Konsentrasi AlO3 dalam larutan','Konsentrasi Al2O3
dalam padatan',2)
legend('Konsentrasi Alluminium dalam padatan',2)

%subplot(1,3,2)
figure(2)
title ('Fitting Dari data Eksperiment')
% plot(ta,Ci,'-r',ta,Cexp,'o')
plot(t,C,'-r')

```

```

xlabel('waktu leaching (detik)')
% ylabel('Konsentrasi Al2O3 (gr/ml)')
ylabel('Konsentrasi HCl (gr/ml)')
% legend('Konsentrasi Al2O3 model','konsentrasi Al2O3
eksperiment',2)
legend('Konsentrasi HCl dalam larutan',2)

%subplot(1,3,3)
figure(3)
% title ('Pengaruh Waktu Terhadap Persen Recovery Al2O3')
title ('Pengaruh Waktu Terhadap Persen Recovery Al(III)')
plot(t,REC,'b',ta,RECAexp,')
% xlabel('Waktu (detik)')
xlabel('Waktu leaching (detik)')
% ylabel('Recovery Al2O3 (%)')
ylabel('Recovery Al(III) (%)')
% legend('%Recovery aluminium',2)
legend('% Recovery Aluminium Simulasi','% Recovery
Aluminium Eksperimen',2)

```

```

function dY = lpl_react(t,Y)
Dp = 0.059; % Diameter partikel(cm)= 262.5 mesh
Vc = 250; % Volume pelarut HCl(cm3)
De = 0.000085; % koefisien Difusivitas padatan (cm2/s)
q0 = 1.362; % Konsentrasi Al2O3 mula2 dalam partikel (g/L)
R = 0.5*Dp; % jari-jari partikel (cm)
kc = 0.0045; % koefisien perpindahan massa eksternal (cm/s)
k = 16.4; % Konstanta kecepatan reaksi (cm/s)
b = 3; % koefisien reaksi HCl: Al(OH)3 + 3HCl --- AlCl3 3H2O
Vpart = 0.0001375; % Volume Partikel LPL (cm3)
epsilon = Vc/(Vc+Vpart);
Mpart= 3; % massa partikel (gram)
rho= 1.12; % densitas partikel (gram/mL)

k1=(k*kc*Y(1)*(((Y(2)/q0)^(1/3))*R)^2*R^2)/(kc*k*(R^2*(((Y(
2)/q0)^(1/3))*R)-
R*(((Y(2)/q0)^(1/3))*R^2)+De*(((Y(2)/q0)^(1/3))*R)^2*k
+kc*R^2));
k2=(kc*Y(1)*R^2*(((Y(2)/q0)^(1/3))*R)*k+De)/((kc*k*(R^2*((
(Y(2)/q0)^(1/3))*R)-
R*((Y(2)/q0)^(1/3))*R^2)+De*(((Y(2)/q0)^(1/3))*R)^2*k
+kc*R^2)));
Ci=-k1/R+k2; % konsentrasi HCl dalam padatan
dY(1,:)=3*kc*(1-epsilon)/(R*epsilon*b)*(Ci-Y(1));
% konsentrasi HCl dalam larutan
dY(2,:)=4*3.14*kc*R^2*rho/(b*Mpart)*(Ci-Y(1)); % konsentrasi
aluminium

```



**FINAL PROJECT – TK141581**

**THE MODELING AND SIMULATION OF ALUMINUM  
EXTRACTION PROCESS OF THE PDAM MUD IN THE  
AGITATED TANK**

**Written by:**

**Michael Adi Wijaya  
NRP. 2311 100 172**

**Raymond S. Djuardi  
NRP. 2311 100 174**

**Advisor Lecturer:**

**Siti Nurkhamidah, ST., MS., Ph.D  
NIP. 1984 05 08 2009 12 2004**

**Prof. Dr. Ir. Ali Altway, M.Sc.  
NIP. 1951 08 04 1974 12 1001**

**CHEMICAL ENGINEERING DEPARTMENT  
FACULTY OF INDUSTRIAL TECHNOLOGY  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA 2015**



## LEMBAR PENGESAHAN

### PERMODELAN DAN SIMULASI PROSES EKSTRAKSI ALUMINIUM DARI LUMPUR PDAM DI DALAM TANGKI BERPENGADUK

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Memperoleh Gelar  
Sarjana Teknik pada Program Studi S-1 Jurusan Teknik Kimia  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:

**Michael Adi Wijaya**

**2311100172**

**Raymond S. Djuardi**

**2311100174**

Disetujui oleh Tim Penguji Tugas Akhir:

1. Siti Nurkhamidah, ST, MS, Ph.D

 (Pembimbing 1)

2. Prof. Dr. Ir. Ali Altway, MSc

 (Pembimbing 2)

3. Prof. Dr. Ir. Sugeng Winardi, M.Eng

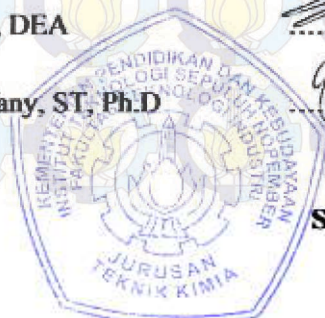
 (Penguji 1)

4. Dr.Ir. Susianto, DEA

 (Penguji 2)

5. Fadlilatul Taufany, ST, Ph.D

 (Penguji 3)



**Surabaya, Juli 2015**

# PERMODELAN DAN SIMULASI PROSES EKSTRAKSI ALUMINIUM DARI LUMPUR PDAM DI DALAM TANGKI BERPENGADUK

**Dosen Pembimbing : Siti Nurkhamidah, ST., MS., Ph.D**

**Prof. Dr. Ir. Ali Altway, M.Sc.**

**Disusun oleh : Michael Adi Wijaya 2311100172**

**Raymond S. Djiuardi 2311100174**

## ABSTRAK

Air bersih di perkotaan umumnya disuplai oleh perusahaan daerah air minum (PDAM) menggunakan air sungai sebagai air bakunya dan aluminium sulfat atau *alum* ( $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 18\text{H}_2\text{O}$ ) dan poli aluminium klorida atau PACl ( $[\text{Alm}(\text{OH})_n(\text{H}_2\text{O})_x] \cdot \text{Cl}_{3m-n} \quad (n \leq 3m)$ ) sebagai media penggumpal (koagulan) partikel-partikel kecil tersuspensi menjadi gumpalan-gumpalan (flok) yang lebih besar. Flok yang terbentuk kemudian dipisahkan dari air bersih dan dibuang sebagai Limbah Padat Lumpur (LPL). Hingga saat ini LPL masih menimbulkan permasalahan tersendiri bagi PDAM karena semakin besar debit air yang diolah dengan kandungan konsentrasi padatan yang tinggi, maka diperlukan koagulan dalam jumlah yang besar dan jumlah LPL yang dihasilkan juga semakin besar. Untuk mengatasi masalah ini maka perlu dilakukan penelitian lebih lanjut dalam pemanfaatan kembali (*recovery*) koagulan (PACl) yang terkandung dalam LPL PDAM. Salah satu metode pemanfaatan kembali LPL PDAM adalah dengan ekstraksi padat cair (*leaching*) dengan larutan asam sebagai pelarut LPL. Namun untuk studi mengenai model simulasi *recovery* koagulan (PACl) dari LPL belum banyak dilakukan. Untuk itu penelitian ini bermaksud untuk membuat model matematika dari *recovery* koagulan dari LPL pada proses *leaching* dalam tangki berpengaduk. Model matematika yang

digunakan dalam penelitian ini adalah *shrinking core model* (SCM) dengan asumsi partikel LPL PDAM berbentuk bola.

Dari hasil simulasi yang didapatkan, dapat dilihat bahwa semakin lama waktu ekstraksi semakin besar pula %*recovery* yang didapat karena semakin lama waktu kontak pelarut dengan padatan namun pada waktu tertentu kenaikan %*recovery* akan mendekati konstan karena padatan sudah tidak dapat diekstraksi lagi. Semakin tinggi suhu, semakin tinggi % *recovery* yang diperoleh disebabkan koefisien transfer massa antara fluida dengan partikel ( $k_c$ ), konstanta kecepatan reaksi ( $k$ ), dan difusivitas ( $D_e$ ) yang semakin meningkat dengan naiknya suhu. Selain itu peningkatan konsentrasi pelarut juga berpengaruh terhadap semakin besarnya % *recovery* disebabkan semakin banyak aluminium yang dapat diekstrak. Hasil simulasi ini telah dibandingkan dengan hasil eksperimen dengan rentang % *error* pada pengaruh waktu terhadap % *recovery* sebesar (0,76% - 22.57%), pada pengaruh suhu terhadap % *recovery* sebesar 0,0075% - 0.038%, dan pada pengaruh konsentrasi terhadap % *recovery* sebesar 0,22% - 35,76%.

**Kata kunci:** *Limbah Padat Lumpur, Leaching, Shrinking Core Model*



# **THE MODELING AND SIMULATION OF ALUMINUM EXTRACTION PROCESS OF THE PDAM MUD IN THE AGITATED TANK**

**Advisor Lecturer** : Siti Nurkhamidah, ST., MS.,Ph.D  
Prof. Dr. Ir. Ali Altway, M.Sc.  
**Written by** : Michael Adi Wijaya 2311100072  
Raymond S. Djuardi 2311100174

## **ABSTRACT**

Clean water in urban areas are generally supplied by local water company ( PDAM ) using river water as raw water and aluminum sulfate or alum ( $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 18\text{H}_2\text{O}$ ) poly aluminum chloride or PACl ( $[\text{Alm}(\text{OH})_n(\text{H}_2\text{O})_x] \cdot \text{Cl}_{3m-n}$  ( $n \leq 3m$ )) as a coagulant media of small suspended particles into larger clumps (flock). Flock formed is then separated from clean water and disposed as mud solid waste. LPL still pose a problem for PDAM because the larger discharge treated water containing high solids concentration, it is necessary coagulant in large numbers and the amount of LPL produced also increases. To solve this problem it is necessary to conduct further research about recovery coagulant (PACl) that contained in the LPL PDAM. The solid liquid extraction (leaching) with an acid solution as solvent is one of methods to recover LPL PDAM. But for the study of the simulation model recovery coagulant (PACl) of LPL has not been done. The objective of this study is to create a mathematical model of coagulant recovery of LPL on leaching process in the agitated tank. The mathematical model used in this study is shrinking core model (SCM) assuming particles LPL PDAM is spherical.

From the simulation results , it can be seen that the longer of extraction time will increase % recovery because the contact time between solid and solvent is increase. But at a certain time, the increment of % recovery will be approximately constant because the solids could no longer be extracted. The



higher of temperature, the higher % recovery is obtained due to the mass transfer coefficient between fluids with particles ( $k_c$ ), the reaction rate constants ( $k$ ), and diffusivity ( $D_e$ ) which increases with rising temperature. Besides that, the increased concentration of the solvent also affects to the % recovery get higher due to the more aluminum that can be extracted. The simulation results were compared with experimental results with a range of % error on the effect of time to the % recovery is 0.76% - 22.57%, The effect of temperature to % recovery is 0.0075% - 0.038%, and the effect of concentration to % recovery is 0.22% - 35.76%.

**Keywords:** *Limbah Padat Lumpur, Leaching, Shrinking Core Model*

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Tuhan Yang Maha Esa atas berkat anugerah ilmu, kesempatan, hidayah, dan rahmatNya sehingga kami dapat menyelesaikan laporan skripsi kami dengan judul :

### **“PERMODELAN DAN SIMULASI PROSES EKSTRAKSI ALUMINIUM DARI LUMPUR PDAM DI DALAM TANGKI BERPENGADUK”**

Laporan skripsi ini merupakan salah satu syarat untuk memperoleh gelar kesarjanaan di Jurusan Teknik Kimia FTI – ITS Surabaya. Pada kesempatan kali kami mengucapkan terima kasih atas segala bantuannya dalam pengerjaan laporan skripsi ini, kepada :

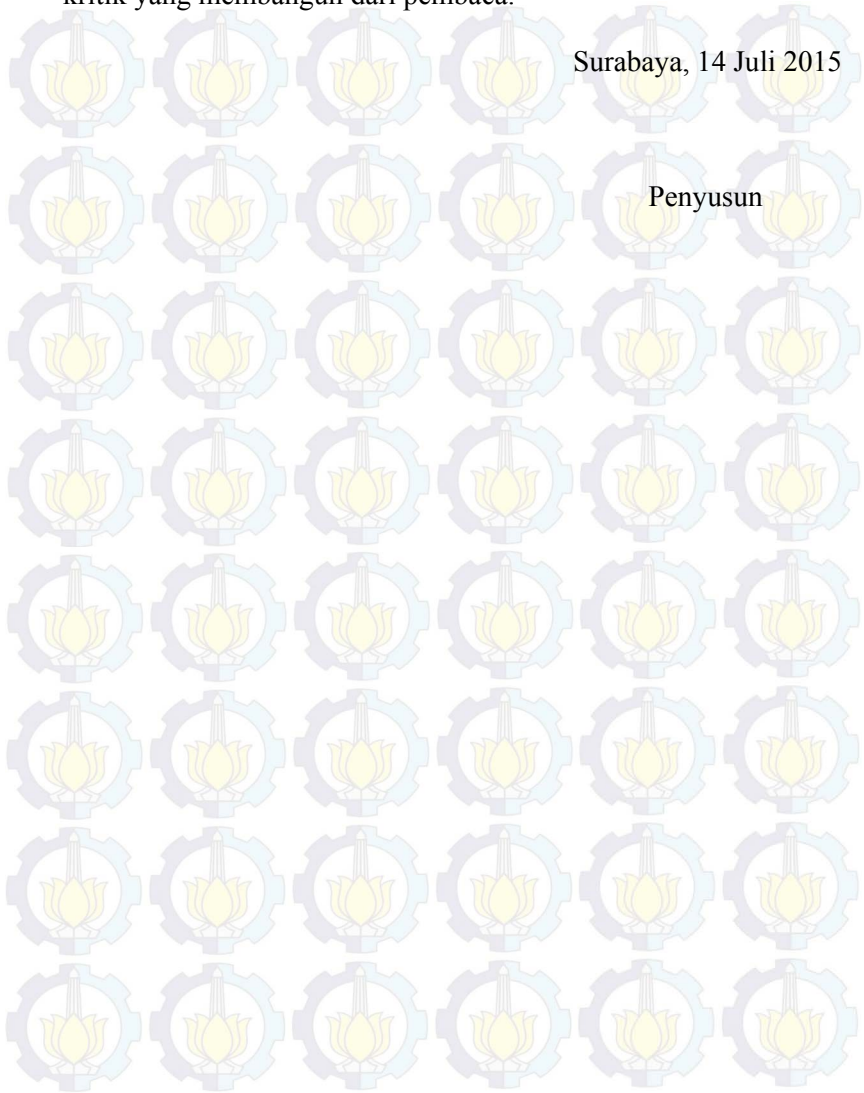
1. Prof. Dr. Ir. Tri Widjaja, M.Eng selaku Ketua Jurusan Teknik Kimia FTI – ITS.
2. Prof. Dr. Ir. Ali Altway, MS selaku Kepala Laboratorium Perpindahan Panas dan Massa
3. Siti Nurkhamidah, ST., MS.,Ph.D dan Prof. Dr. Ir. Ali Altway, M.S., selaku dosen pembimbing kami atas bimbingan dan saran yang telah diberikan.
4. Bapak/Ibu dosen penguji atas saran dan dukungan agar skripsi ini menjadi lebih baik.
5. Seluruh dosen dan karyawan Jurusan Teknik Kimia FTI – ITS.
6. Pak Agus Mirwan yang selalu membantu dan mendukung kami.
7. Kedua orang tua kami dan keluarga yang telah banyak memberikan dukungan.
8. Rekan-rekan seperjuangan dari Laboratorium Perpindahan Panas dan Massa,
9. Teman-teman seangkatan K-51 yang telah memberikan dukungan kepada kita

Kami menyadari materi yang kami sajikan ini masih jauh daripada sempurna, masih banyak kekurangan dan perlu

perbaikan, untuk itu penyusun sangat mengharapkan saran dan kritik yang membangun dari pembaca.

Surabaya, 14 Juli 2015

Penyusun



## DAFTAR ISI

Halaman Judul	i
Lembar Pengesahan	iii
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR TABEL	
DAFTAR NOTASI	
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan dan Manfaat Penelitian	3
1.4.1 Tujuan Penelitian	3
1.4.2 Manfaat Penelitian	4
BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Limbah Padat Lumpur Instalasi Pengolahan Air (LPL IPA)	5
2.2 Ekstraksi Padat Cair ( <i>leaching</i> )	11
2.3 Permodelan Matematis Proses Ekstraksi	16
BAB III METODE PENELITIAN	
3.1 Rancangan Penelitian	37
3.2 Permodelan Matematis <i>Agitated Leaching</i>	38
3.2.1 <i>Shrinking core model</i> dengan reaksi kimia	39
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	
4.1 Pengaruh lama pengadukan ekstraksi terhadap % <i>recovery</i> aluminium	43
4.2 Pengaruh suhu terhadap % <i>recovery</i> aluminium	45
4.3 Pengaruh Konsentrasi Pelarut HCl Terhadap % <i>Recovery</i> Aluminium	47



BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN	
5.1 Kesimpulan	49
5.2 Saran	50
DAFTAR PUSTAKA	xv
APPENDIKS A	A-1
APPENDIKS B	B-1
APPENDIKS C	C-1
APPENDIKS D	D-1

## DAFTAR TABEL

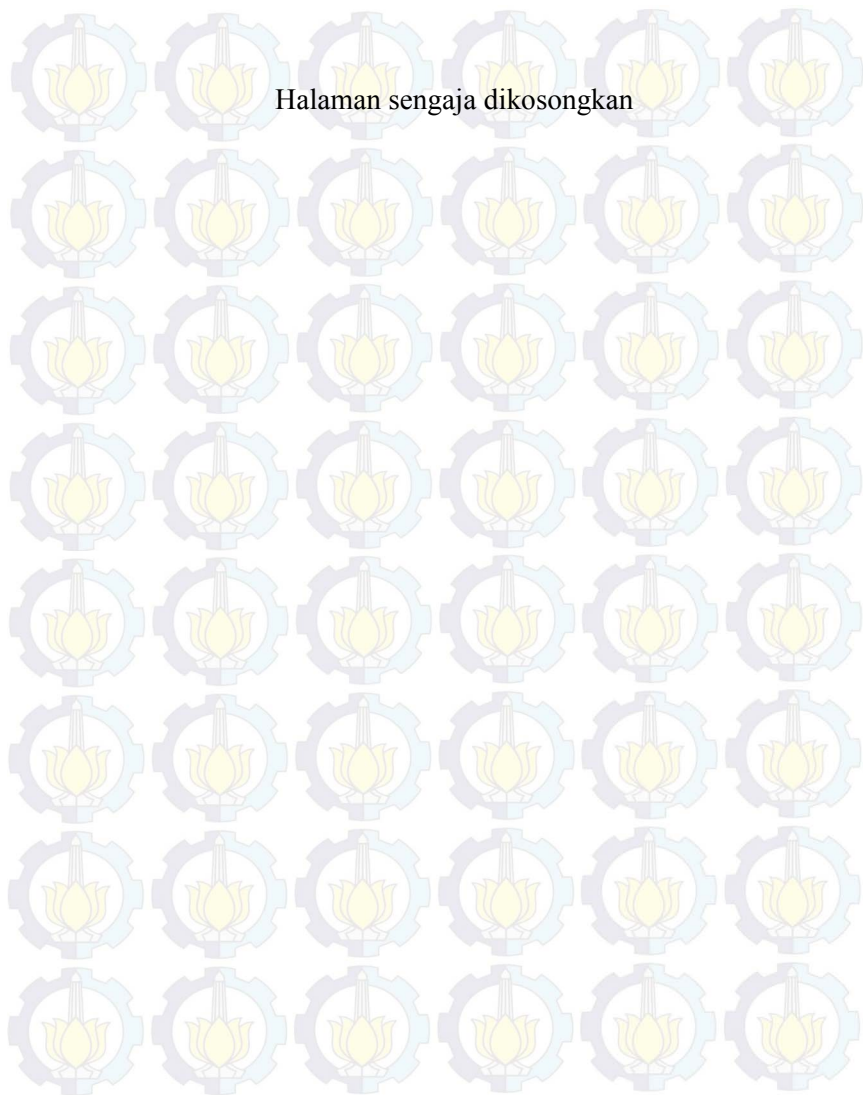
Tabel 2.1	Komposisi kimia LPL IPA	8
Tabel 2.2	Perkembangan Penggunaan SCM model pada <i>agitated leaching</i>	20
Tabel 4.1	Nilai Parameter $k_c$ , $k$ , dan $D_e$ Pada Suhu (30 °C, 50 °C, 70 °C, dan 90 °C)	46
Tabel B.1	Pengaruh waktu ekstraksi terhadap % <i>recovery</i>	B-1
Tabel B.2	Pengaruh suhu terhadap % <i>recovery</i>	B-1
Tabel B.3	Pengaruh konsentrasi pelarut HCL terhadap % <i>recovery</i>	B-1



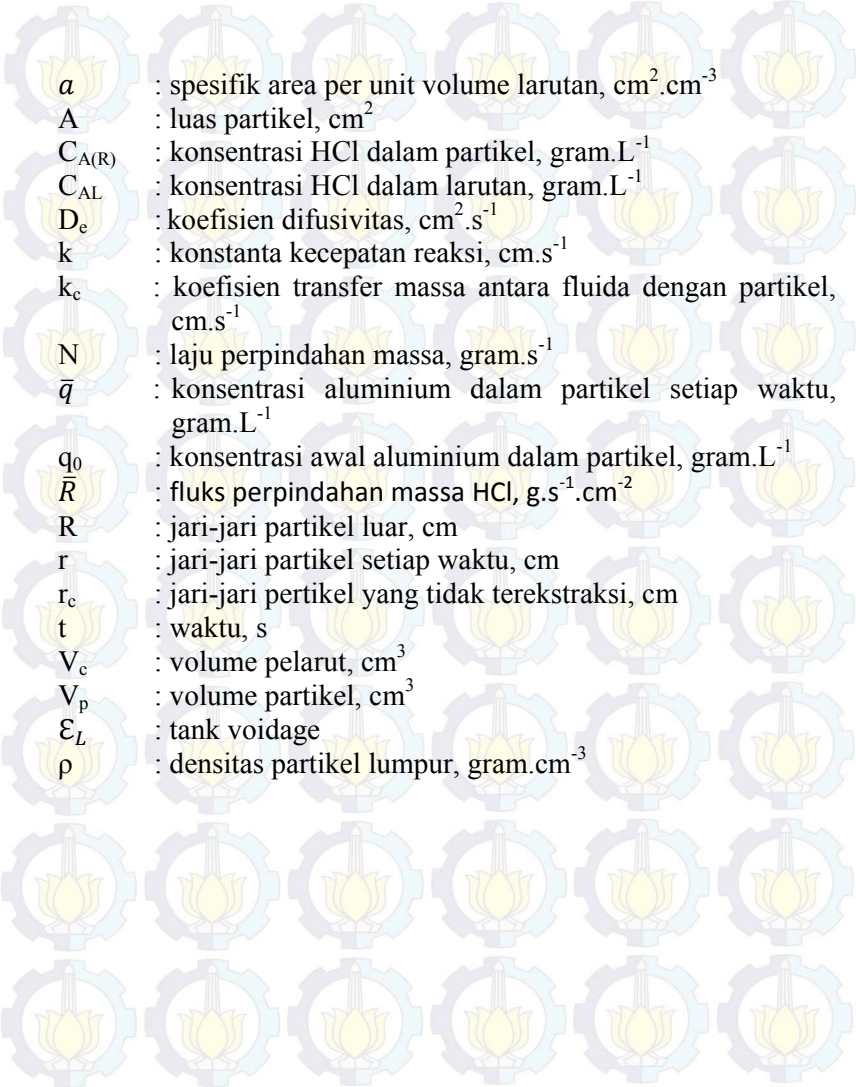
## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Proses terbentuknya endapan lumpur	6
Gambar 2.2 Sistem IPA 1 A Yani PDAM Bandarmasih Banjarmasin KAL-SEL	10
Gambar 2.3 Sistem IPA 2 Pramuka PDAM Bandarmasih Banjarmasin KAL-SEL	10
Gambar 2.4 Mekanisme sederhana proses <i>leaching</i>	12
Gambar 2.5 Skema padatan berongga	15
Gambar 2.6 Proses Pemodelan	17
Gambar 2.7 SCM Model	18
Gambar 2.8 SCM model models untuk ekstraksi superkritis zat terlarut dari matriks padatan	19
Gambar 3.1 Alur rancangan penelitian secara umum	37
Gambar 3.2 Flow chart model ekstraksi aluminium dalam tangki berpengaduk	38
Gambar 3.3 Ilustrasi SCM dengan menganggap partikel berbentuk bola	39
Gambar 4.1 Pengaruh waktu pengadukan terhadap % <i>recovery</i> aluminium pada	44
Gambar 4.2 Pengaruh suhu terhadap % <i>recovery</i> aluminium dengan menggunakan pelarut HCl sebesar 4 M pada $t = 3600$ detik	45
Gambar 4.3 Pengaruh konsentrasi HCl terhadap % <i>recovery</i> aluminium pada suhu $90^{\circ}\text{C}$ saat $t = 3600$ detik	48



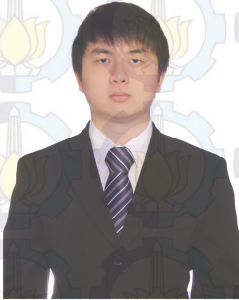


## DAFTAR NOTASI



$a$	: spesifik area per unit volume larutan, $\text{cm}^2.\text{cm}^{-3}$
$A$	: luas partikel, $\text{cm}^2$
$C_{A(R)}$	: konsentrasi HCl dalam partikel, $\text{gram.L}^{-1}$
$C_{AL}$	: konsentrasi HCl dalam larutan, $\text{gram.L}^{-1}$
$D_e$	: koefisien difusivitas, $\text{cm}^2.\text{s}^{-1}$
$k$	: konstanta kecepatan reaksi, $\text{cm.s}^{-1}$
$k_c$	: koefisien transfer massa antara fluida dengan partikel, $\text{cm.s}^{-1}$
$N$	: laju perpindahan massa, $\text{gram.s}^{-1}$
$\bar{q}$	: konsentrasi aluminium dalam partikel setiap waktu, $\text{gram.L}^{-1}$
$q_0$	: konsentrasi awal aluminium dalam partikel, $\text{gram.L}^{-1}$
$\bar{R}$	: fluks perpindahan massa HCl, $\text{g.s}^{-1}.\text{cm}^{-2}$
$R$	: jari-jari partikel luar, $\text{cm}$
$r$	: jari-jari partikel setiap waktu, $\text{cm}$
$r_c$	: jari-jari partikel yang tidak terekstraksi, $\text{cm}$
$t$	: waktu, $\text{s}$
$V_c$	: volume pelarut, $\text{cm}^3$
$V_p$	: volume partikel, $\text{cm}^3$
$\mathcal{E}_L$	: tank voidage
$\rho$	: densitas partikel lumpur, $\text{gram.cm}^{-3}$

## RIWAYAT HIDUP PENULIS I



Michael Adi Wijaya, penulis lahir di Surabaya, 28 Mei 1993. Kini berdomisili di Surabaya, Jawa Timur. Penulis telah menempuh pendidikan formal diantaranya SDK St. Theresia 1 Surabaya, SMPK Angelus Custos 1 Surabaya, dan SMAK St. Louis 1 Surabaya. Penulis berpengalaman kerja praktek di TOTAL E&P Indonesia pada tahun 2014. Pada akhir studi penulis memilih Laboratorium Perpindahan Panas dan Massa untuk pengerjaan Tugas Akhir

Pra Desain Pabrik dengan judul, **“Pra Desain Pabrik Semen PCC (Portland Composite Cement)”** dan skripsi dengan judul, **“PERMODELAN DAN SIMULASI PROSES EKSTRAKSI ALUMINIUM DARI LUMPUR PDAM DI DALAM TANGKI BERPENGADUK”**

### Biodata Penulis I

Nama : Michael Adi Wijaya  
TTL : Surabaya, 28 Mei 1993  
Alamat : Jl. Kenjeran 512 G, Surabaya, Jawa Timur.  
No.HP : 081938441888  
Email : [michael.adi.wijaya@hotmail.com](mailto:michael.adi.wijaya@hotmail.com)



(HALAMAN INI SENGAJA DIKOSONGKAN)



## RIWAYAT HIDUP PENULIS II



Raymond Setyawan Djiuardi, penulis lahir di Kupang, 08 September 1992. Kini berdomisili di Kupang, NTT. Penulis telah menempuh pendidikan formal diantaranya SDK St. Yoseph 2, SMP Negeri 2 Kupang, dan SMA Negeri 1 Kupang. Selama menempuh pendidikan S-1 di Teknik Kimia Institut Teknologi Sepuluh Nopember aktif dalam Unit Kegiatan Mahasiswa di bidang badminton dan pernah menjabat sebagai ketua. Penulis berpengalaman kerja praktek di TOTAL E&P Indonesia pada tahun 2014. Pada akhir studi penulis memilih Laboratorium Perpindahan Panas dan Massa untuk pengerjaan Tugas Akhir Pra Desain Pabrik dengan judul, **“Pra Desain Pabrik Semen PCC (Portland Composite Cement)”** dan skripsi dengan judul, **“PERMODELAN DAN SIMULASI PROSES EKSTRAKSI ALUMINIUM DARI LUMPUR PDAM DI DALAM TANGKI BERPENGADUK”**

### Biodata Penulis II

Nama	: Raymond Setyawan Djiuardi
TTL	: Kupang, 08 September 1992
Alamat	: Jl. Jendral Soeharto no 127- Oepura, NTT
No.HP	: 081233941671
Email	: <a href="mailto:raydji2012@yahoo.com">raydji2012@yahoo.com</a>



# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Air bersih diperkotaan umumnya disuplai oleh perusahaan daerah air minum (PDAM) menggunakan air sungai sebagai air bakunya dan aluminium sulfat atau alum ( $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 18\text{H}_2\text{O}$ ) (Prakash dan Sengupta, 2003) dan poli aluminium klorida atau PACl ( $[\text{Alm}(\text{OH})_n(\text{H}_2\text{O})_x] \cdot \text{Cl}_{3m-n} \text{ (} n \leq 3 \text{m)}$ ) (Lidkk, 2010) sebagai media penggumpal (koagulan) partikel-partikel kecil tersuspensi menjadi gumpalan-gumpalan (flok) yang lebih besar (Petruzzelli dkk, 2000). Flok yang terbentuk dipisahkan dari air bersih melalui proses sedimentasi, klarifikasi, dan filtrasi (Cheng dkk, 2012) untuk selanjutnya dibuang sebagai limbah padat yang berupa lumpur. Hingga saat ini limbah padat lumpur (LPL) yang terbebentuk di *clarifier* masih menimbulkan permasalahan tersendiri bagi PDAM karena jumlahnya relatif sangat banyak yaitu sekitar 18.928,79 ton/hari dengan kandungan aluminium sebesar 18,5% dan perlu penanganan secara khusus yang tergantung debit dan konsentrasi kekeruhan air baku yang diolah (Mirwan 2011). Makin besar debit air yang diolah dan makin tinggi konsentrasi padatan seperti padatan kasar (*coarse solid*), padatan tersuspensi (*suspended solid*) dan koloid, maka makin banyak jumlah koagulan yang diperlukan dan makin besar volume LPL yang dihasilkan sehingga setiap tahunnya memerlukan dana yang besar untuk penyediaan koagulan dan penanganan LPL-nya. Komposisi LPL yang dihasilkan tergantung pada jenis koagulan yang digunakan (Evuti dan Lawal, 2011).

Pengambilan kembali (*recovery*) koagulan (alum atau PACl) dari LPL pengolahan air dapat dilakukan melalui beberapa proses yaitu dekomposisi panas, elektrolisis, pertukaran ion, reaktor membran, pelarutan dengan basa (*basification*), dan pelarutan dengan asam (*acidification*) (Evuti dan Lawal, 2011). Efisiensi *recovery* koagulan dalam bentuk aluminium oksida ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) dapat diperoleh sebesar 70% lebih dari lumpur

pengolahan air dengan metode asam (*acidification*) dan dapat menghemat biaya operasional sebanyak 50-60% penggunaan bahan kimia pada proses pengolahan air limbah menggunakan metode koagulasi-flokulasi (Massides dkk, 1988).

Proses ekstraksi merupakan metode pemisahan campuran yang didasarkan atas perbedaan kelarutan suatu zat terlarut (*solute*) dalam pelarut dan dibedakan menjadi dua proses yaitu ekstraksi cair-cair (*liquid extraction* atau *solvent extraction*) dan ekstraksi padat cair (*leaching*). *Leaching* merupakan proses yang melibatkan perpindahan massa *solute* dari dalam matrik padatan ke fase cairan dan dikatakan sebagai proses desorpsi irreversibel (Goto dkk, 1996). Perpindahan massa *solute* dari padatan ke cairan dilakukan dengan dua tahapan melalui difusi dari dalam padatan ke permukaan padatan dan perpindahan massa dari permukaan padatan ke cairan dengan mengasumsikan ukuran padatan cukup kecil sehingga konsentrasi *solute* dalam padatan selalu homogen atau tidak ada gradien konsentrasi dalam padatan (Yuniwati, 2012). Selain itu terdapat pula ekstraksi fluida super kritis yang banyak diaplikasikan pada bahan alam seperti biji-biji tumbuhan untuk mendapatkan bahan atau zat lain yang diinginkan menggunakan pelarut CO<sub>2</sub> (Sovova, 1994; Goto dkk, 1996; Roy dkk, 1996; Machmudah dkk, 2006) yang dikondisikan berada diatas tekanan dan suhu kritis agar memiliki sifat di antara cairan dan gas (Sediawan, 2000).

Fenomena proses difusi dan perpindahan massa *solute* yang terjadi pada ekstraksi padat cair (*leaching*) dan ekstraksi cairan super kritis (*supercritical fluid extraction* (SCFE)) telah banyak digambarkan dengan berbagai model matematis yang melibatkan reaksi dan tanpa reaksi diantaranya *shrinking core model* (SCM) (Goto dkk, 1996; Roy dkk, 1996; Beolchini dkk, 2001; Gbor dan Jia, 2004; Lee dkk, 2005; Machmudah dkk, 2006; Salgin dkk, 2006; Safari dkk, 2009; Santos dkk, 2010; Senanayake, 2011; Safarzadeh dkk, 2011; Xue dkk, 2011; Ajemba dan Onukwuli, 2012; Cheng dkk, 2012; Li dkk, 2013), *shrinking particle* (SP), *homogeneous model* (HM), *grain model*



(GM) (Gbor dan Jia, 2004), *broken and intact cells* model (BIC) (Sovová, 1994; Sovová, 2005; Machmudah dkk, 2006; Jia dkk, 2009; Huang dkk, 2012; Silva dan Martínez, 2014), dan *progressive conversion model* (PCM) (Levenspiel, 1999). Pada penelitian ini difokuskan pada permodelan ekstraksi *recovery aluminium* pada LPL PDAM. Permodelan yang digunakan dalam penelitian ini adalah SCM.

Berdasarkan penelusuran literatur perkembangan berbagai model yang ada, SCM merupakan model yang paling banyak dipakai untuk memodelkan proses *leaching* yang disertai dengan reaksi dan tanpa reaksi yang terjadi pada SCFE dalam kolom ekstraksi dan *agitated leaching*.

### **1.2 Perumusan Masalah**

Perumusan masalah pada penelitian ini yaitu pengembangan model SCM dengan permodelan matematis yang dikembangkan oleh Goto dimana pada penelitian Goto tidak memakai reaksi dan memakai sistem *packed column* sedangkan penelitian ini akan menggunakan reaksi dengan sistem tangki berpengaduk untuk mempelajari tingkat kecocokan yang dihasilkan antara hasil simulasi dengan eksperimen.

### **1.3 Batasan Masalah**

Hal-hal yang membatasi permasalahan penelitian ini adalah pendekatan model SCM pada *agitated leaching* dengan mengasumsikan partikel LPL PDAM berbentuk bola.

### **1.4 Tujuan dan Manfaat Penelitian**

#### **1.4.1 Tujuan Penelitian**

Penelitian ini dilakukan dengan pemodelan matematika yang bertujuan

1. Melakukan permodelan matematik *agitated leaching* aluminium oksida dari LPL PDAM menggunakan model SCM
2. Melakukan fitting parameter model dengan membuat

hasil prediksi model mendekati data eksperimen (yang dilakukan oleh kelompok yang melakukan eksperimen di laboratorium Perpindahan Panas dan Massa jurusan Teknik Kimia ITS)

3. Melakukan simulasi untuk mempelajari pengaruh berbagai variabel proses terhadap proses *agitated leaching*.

#### **1.4.2 Manfaat Penelitian**

Penelitian ini diharapkan dapat membuat model matematik untuk proses *leaching* dalam tangki berpengaduk yang dapat digunakan untuk mengkaji secara teoritis dan memprediksi pengaruh berbagai variabel proses seperti temperatur *leaching* dan konsentrasi pelarut HCl terhadap laju *%recovery* dalam proses *leaching* LPL PDAM dengan koagulan (PACl) didalam tangki berpengaduk. Dimana hasil prediksi tersebut diharapkan dapat membantu penentuan *%recovery* koagulan (PACl) secara optimum dalam proses *agitated leaching*.

## BAB II KAJIAN PUSTAKA

### 2.1. Limbah Padat Lumpur Instalasi Pengolahan Air (LPL IPA)

Air mempunyai peranan sangat penting bagi kehidupan, baik hewan, tumbuhan bahkan manusia yang dalam kehidupan sehari-harinya menggunakan air untuk berbagai keperluan seperti rumah tangga, pertanian, transportasi, rekreasi dan lain sebagainya sehingga ketersediaannya merupakan kunci kehidupan yang sehat (Mirwan, 2011). Di pedesaan khususnya disekitar bantaran sungai, masyarakat memanfaatkan air sungai sebagai kebutuhan hidup. Namun setiap tahunnya kondisi air sungai di Indonesia telah tercemar bahan organik sekitar 90% pada tingkat kualitas sedang hingga berat yang belum dapat dibersihkan oleh fasilitas standar perusahaan daerah air minum (PDAM). Sedangkan di perkotaan, air bersih disuplai oleh PDAM dengan proses pengolahannya menggunakan koagulan seperti aluminium sulfat atau alum ( $(Al_2(SO_4)_3 \cdot 18H_2O)$ ) dan poli aluminium klorida (PACl) ( $([Al_m(OH)_n(H_2O)_x].Cl_{3m-n} \quad (n \leq 3m))$ ) (Li dkk, 2010) sebagai media penggumpal partikel-partikel halus yang tersuspensi menjadi gumpalan-gumpalan yang lebih besar (flok) seperti terlihat pada **Gambar 2.1**

Penambahan koagulan juga berfungsi menetralisasi kelebihan muatan dari suspensi padatan melalui penambahan elektrolit dan menghilangkan air hidrasi atau keduanya. Dengan kata lain sebagai pembentuk jembatan yang dapat diserap antar permukaan suspensi padatan dan memperkuat gaya tarik antar molekul-molekul sehingga membentuk flok yang kuat (Fair, 1971). Kumpulan flok yang terbentuk dipisahkan secara sedimentasi dan filtrasi hingga didapatkan air yang bersih dan sisanya dibuang berupa limbah padat lumpur (LPL). Sebagian besar LPL dibuang ke tempat pembuangan (*landfill*) dan selokan (Keeley dkk, 2012) atau ditimbun pada kolam penampung yang selama ini menimbulkan permasalahan tersendiri bagi PDAM



karena jumlah setiap harinya relatif besar dan terus bertambah sehingga memerlukan penanganan khusus (Mirwan, 2009). Selain itu, di beberapa tempat di dunia hingga saat ini LPL dibuang ke saluran yang bersih, ke dalam aliran sungai, diaplikasikan ke lahan, dan ke tempat pembuangan sampah dengan mengasumsikan bahwa lumpur tidak mengandung senyawa yang beracun (Huang dan Wang, 2013).



**Gambar 2.1.** Proses terbentuknya endapan lumpur

Lumpur (*sludge* bukan *mud* atau *wet dirt*) atau LPL selalu ada di setiap unit pengolahan air, apapun jenis dan bentuk teknologi pengolahannya. Instalasi pengolahan air (IPA) seperti PDAM menghasilkan LPL yang volume hariannya relatif besar, tergantung debit air yang diolah dan konsentrasi kekeruhan air bakunya. Hal ini berkorelasi dengan makin besar debitnya dan makin tinggi konsentrasinya dalam bentuk padatan kasar (*coarse solid*), padatan tersuspensi (*suspended solid*) dan koloid, maka makin besar pula volume LPL yang dihasilkan dari unit *clarifier* dan sedimentasi dalam bentuk diskrit dan flok. LPL dalam bentuk diskrit merupakan lumpur yang butir-butirannya terpisah tanpa penambahan koagulan dan volume per satuan waktunya kecil kecuali dimusim hujan. Sebaliknya, volume LPL dalam bentuk flok yaitu kimflok (*chemiflocc*) sangat besar dihasilkan melalui unit *clarifier* dan sedimentasi yang didahului oleh unit koagulasi dan flokulasi dengan penambahan koagulan (Cahyana, 2009).

LPL IPA merupakan produk samping instalasi pengolahan air (IPA) yang memiliki empat tipe limbah lumpur yang dihasilkan berdasarkan koagulan yang dipakai yaitu LPL-Fe (koagulan yang digunakan hanya dari garam besi), LPL-Al



(koagulan yang digunakan hanya dari garam aluminium), LPL-Fe/Al (koagulan yang digunakan dari garam besi dan aluminium), dan LPL-Ca (terbentuk dari proses *lime softening*). Pada pengolahan air yang menggunakan koagulan dari garam Al seperti alum dan PAC akan terbentuk LPL sebenarnya masih banyak mengandung alum atau PAC dalam bentuk lumpur yang dapat diolah kembali menjadi koagulan (Mirwan, 2011). Selama penambahan koagulan pada proses pengolahan air akan terbentuk endapan aluminium hidroksida ( $\text{Al}(\text{OH})_3$ ) (Cheng dkk, 2012). LPL IPA memiliki komposisi kimia utama yang sama dengan tanah yaitu mengandung senyawa  $\text{SiO}_2$  dan  $\text{Al}_2\text{O}_3$ . Beberapa literatur menunjukkan komposisi kimia  $\text{Al}_2\text{O}_3$  yang terdapat dalam LPL IPA berkisar 11,37–28,5 % berat (Chiang dkk, 2009) dan komposisi kimia lainnya yang dianalisis menggunakan *x-ray fluorescence* (XRF) ditunjukkan **Tabel 2.1**. Aluminium oksida atau  $\text{Al}_2\text{O}_3$  merupakan senyawa yang terdistribusi secara luas di alam, tidak dapat larut dalam air dan organik cair, sangat ringan, dan dapat larut dalam larutan asam kuat dan alkali. Pada suhu normal, larutan asam tidak dapat melarutkan  $\text{SiO}_2$  namun dapat mengkonversi  $\text{Al}_2\text{O}_3$  menjadi ion-ion aluminium terlarut yang tergantung pada suhu tinggi dan penggunaan larutan asam yang berlebih (Treybal, 1980).

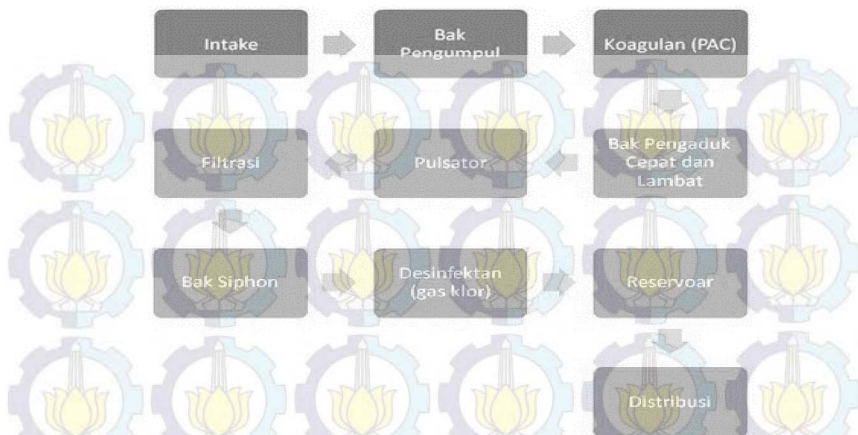
**Tabel 2.1.** Komposisi kimia LPL IPA di Fong-Yuan Taiwan, Giza Governorate Kairo Mesir, dan PDAM Banjarmasin Indonesia.

No	Jenis Oksida	Jumlah (%-berat)			
		Fong-Yuan Taiwan <sup>1</sup>	Giza Governorate Kairo Mesir <sup>2</sup>	PDAM Banjarmasin Indonesia <sup>3</sup>	Taiwan Water Corporation (10 pabrik pengolahan air di Taiwan <sup>4</sup> )
1.	SiO <sub>2</sub>	61,93	43,12	64,6	62,3 – 66,9
2.	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	11,37	15,97	18,5	19,6 – 23,0
3.	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	5,28	5,26	-	4,9 – 11,3
4.	K <sub>2</sub> O	3,67	0,26	2,38	0,79 – 2,08
5.	MgO	1,19	0,85	0,5	1,06 – 4,15
6.	Na <sub>2</sub> O	0,62	0,52	-	0,08 – 1,99
7.	CaO	0,49	5,56	2,65	0,72 – 4,26
8.	TiO <sub>2</sub>	0,50	-	-	-
9.	SO <sub>3</sub>	-	1,49	-	-
10.	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	-	-	0,99	-
11.	TiO <sub>2</sub>	-	-	3,06	-
12.	V <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	-	-	0,42	-
13.	Cr <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-	-	0,86	-
14.	MnO	-	-	5,5	-
15.	ZrO <sub>2</sub>	-	-	0,52	-
16.	Cl <sup>-</sup>	-	0,012	-	-
17.	LOI	-	26,79	-	3,77 – 13,00

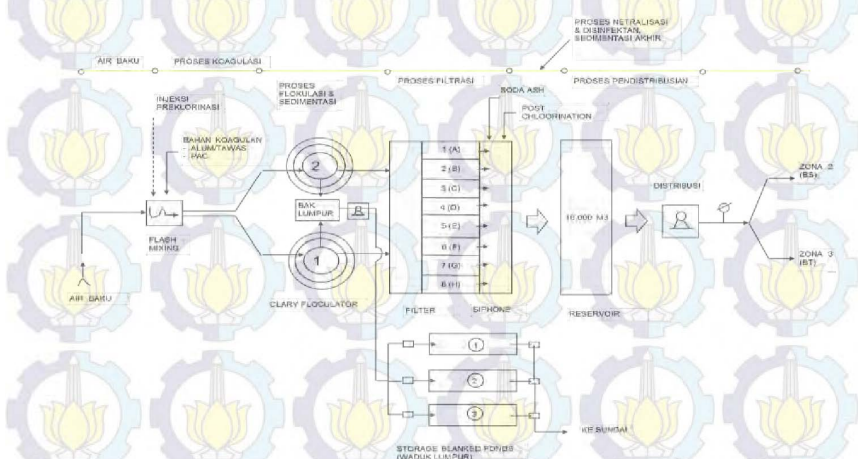
Sumber: <sup>1</sup>Ching dkk, 2009; <sup>2</sup>Hegazy dkk, 2012; <sup>3</sup>Mirwan dkk, 2013; <sup>4</sup>Huang dan Wang, 2013

Penggunaan kembali LPL IPA dalam berbagai proses seperti adsorpsi logam pada pengolahan limbah, koagulasi, pengkondisian limbah lumpur, dan media lahan basah telah berhasil diuji coba namun perkembangannya masih terbatas. Hingga sekarang berbagai upaya yang berbeda telah banyak dilakukan seperti penggunaan kembali LPL sebagai bahan pengolahan air dan air limbah dan perbaikan tanah (Sujana, 1998).

PDAM Bandarmasih merupakan PDAM pertama yang ada di kota Banjarmasin Kalimantan Selatan (KAL-SEL). Kapasitas pengolahan awalnya hanya 35 liter/detik dan kini berkembang hingga 546 liter/detik. IPA PDAM Bandarmasih pada dasarnya terbagi menjadi dua yaitu IPA 1 A Yani dan IPA 2 Pramuka (lihat **Gambar 2.2** dan **Gambar 2.3**) yang keduanya menggunakan sistem konvensional dan kualitas airnya tetap terjamin dengan kapasitas pengolahan IPA 1 sebesar 546 liter/detik dan IPA 2 Pramuka sebesar 1.025 liter/detik (Hidayanti dan Rahmawati, 2011). Namun di samping itu, PDAM Bandarmasih Banjarmasin juga menghasilkan LPL yang jumlahnya relatif banyak dan belum mampu untuk mengolah hasil akhir sistem pengolahan airnya tersebut. Selama ini, LPL hanya ditumpuk di lahan terbuka tanpa pemanfaatan. Padahal LPL PDAM merupakan bahan alternatif untuk dijadikan bahan bangunan dan diolah kembali menjadi koagulan untuk penjernihan air bakunya.



**Gambar 2.2.** Sistem IPA 1 A Yani PDAM Bandarmasih Banjarmasin KAL-SEL



**Gambar 2.3.** Sistem IPA 2 Pramuka PDAM Bandarmasih Banjarmasin KAL-SEL  
(Florenzia dan Fadhillah, 2011)



## 2.2. Ekstraksi Padat Cair (*leaching*)

Ekstraksi merupakan proses untuk menarik bagian yang aktif atau zat pencemar dari padatan atau campuran menggunakan cairan pelarut yang tidak atau hanya melarut sebagian dengan padatan atau cairan, atau metode pemisahan campuran yang didasarkan atas perbedaan kelarutan suatu zat terlarut (*solute*) dalam pelarut (Ariono dan Mirwan, 2008) dan dibedakan menjadi dua proses yaitu ekstraksi cair-cair (*liquid extraction* atau *solvent extraction*) dan ekstraksi padat cair (*leaching*). *Leaching* merupakan proses peluruhan bagian yang mudah terlarut (*solute*) dari suatu padatan dengan menggunakan pelarut tertentu pada temperatur dan proses alir tertentu sehingga melibatkan perpindahan massa *solute* dari dalam matrik padatan ke fase cairan dan dikatakan sebagai proses desorpsi irreversibel (Goto dkk, 1996). Proses tersebut dilakukan untuk mendapatkan bagian yang mudah terlarut karena lebih bernilai dari padatannya, misalnya bahan tambang, minyak nabati, dan lain-lain, ataupun untuk menghilangkan bahan kontaminan yang mudah terlarut dari padatan yang lebih bernilai, misalnya pigmen dari kontaminan kimiawi yang bisa atau mudah dilarutkan (Treybal 1980).

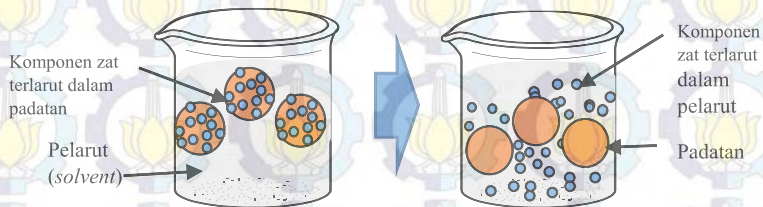
Beberapa faktor penting yang secara dominan mempengaruhi laju ekstraksi yaitu :

- 1) Ukuran partikel; semakin kecil ukuran *solute*, akan semakin mudah mengekstraksinya selain itu hendaknya ukuran butiran partikel tidak memiliki *range* yang jauh satu sama lain, sehingga setiap partikel akan menghabiskan waktu ekstraksi yang sama.
- 2) Pelarut (*solvent*); pelarut harus mempunyai selektivitas tinggi, artinya kelarutan zat yang ingin dipisahkan dalam pelarut harus besar, sedangkan kelarutan dari padatan pengotor kecil atau diabaikan. Viskositas pelarut sebaiknya cukup rendah sehingga dapat bersirkulasi dengan mudah.
- 3) Temperatur; dalam banyak kasus, kelarutan material yang diekstraksi akan meningkat dengan naiknya temperatur,

sehingga laju ekstraksi semakin besar. Koefisien difusi diharapkan meningkat dengan naiknya temperatur untuk memberikan laju ekstraksi yang lebih tinggi.

- 4) Pengadukan atau agitasi; agitasi *fluida (solvent)* akan memperbesar transfer material dari permukaan padatan ke larutan dan mencegah terjadinya sedimentasi.
- 5) Perbandingan berat bahan dengan volume pelarut. Perbandingan ini mempengaruhi tegangan permukaan dari butir-butir bahan dan proses keluarnya zat terlarut dari padatan.

Faktor pengendali laju *leaching* ketika melarutkan zat padat dalam suatu pelarut merupakan laju perpindahan massa *solute* dari permukaan zat padat ke cairan. Perpindahan massa *solute* dari padatan ke cairan dilakukan dengan dua tahapan proses yaitu melalui difusi dari dalam padatan ke permukaan padatan dan perpindahan massa dari permukaan padatan ke cairan dengan mengasumsikan ukuran padatan cukup kecil sehingga konsentrasi *solute* dalam padatan selalu homogen atau tidak ada gradien konsentrasi dalam padatan (Yuniwati, 2012)



**Gambar 2.4.** Mekanisme sederhana proses *leaching*

Pada dasarnya tidak ada tahanan dalam fasa padatan bila berupa material murni. Pada sistem *batch*, difusi dalam padatan terjadi sangat cepat jika dibandingkan dengan difusi dari partikel. Fluks perpindahan massa *solute* A dari permukaan partikel ke cairan (Geankoplis, 2003) dinyatakan dengan Persamaan (2-1)

$$\frac{\bar{N}_A}{A} = k_L (C_{AS} - C_A) \dots\dots\dots (2-1)$$

$\bar{N}_A$  = kgmol A yang larut ke dalam larutan per detik (kgmol A/detik)

$A$  = luas permukaan partikel ( $m^2$ )

$k_L$  = koefisien perpindahan massa (m/detik)

$C_{AS}$  = kelarutan solute A dalam larutan (kgmol/ $m^3$ )

$C_A$  = konsentrasi A didalam larutan (kgmol/ $m^3$ )

Persamaan neraca massa pada tangki teraduk untuk pelarutan zat padat secara *batch*, diperoleh Persamaan (2-2)

$$V \frac{dC_A}{dt} = \bar{N}_A = Ak_L (C_{AS} - C_A) \dots\dots\dots (2-2)$$

Integrasi dari  $t = 0$  dan  $C_A = C_{Ao}$  sampai  $t = t$  dan  $C_A = C_A$  diperoleh

$$\int_{C_{Ao}}^{C_A} \frac{dC_A}{C_{AS} - C_A} = \frac{Ak_L}{V} \int_{t=0}^{t=t} dt \dots\dots\dots (2-3)$$

$$-\ln(C_{AS} - C_A) \Big|_{C_{Ao}}^{C_A} = \frac{Ak_L}{V} (t) \Big|_0^t \dots\dots\dots (2-4)$$

$$-\{\ln(C_{AS} - C_A) - \ln(C_{AS} - C_{Ao})\} = \frac{Ak_L}{V} t \dots\dots\dots (2-5)$$

$$-\ln \frac{C_{AS} - C_A}{C_{AS} - C_{Ao}} = \frac{Ak_L}{V} t \dots\dots\dots (2-6)$$

$$\frac{C_{AS} - C_A}{C_{AS} - C_{Ao}} = e^{-(k_L \cdot A/V)t} \dots\dots\dots (2-7)$$



Difusi molekular merupakan perpindahan molekul dari daerah konsentrasi tinggi ke daerah konsentrasi lebih rendah dengan pergerakan molekul secara acak. Pada campuran sistem biner A dan B, persamaan umum hukum *Fick* ditunjukkan di persamaan (2-8)

$$J_{Az}^* = -cD_{AB} \frac{dx_A}{dz} \dots\dots\dots(2-8)$$

$c$  = konsentrasi total A dan B (kgmol A+B / m<sup>3</sup>) = densitas molar campuran

$x_A$  = fraksi mol A dalam campuran A dan B

Bila  $c$  konstan maka  $c_A = cx_A$ ,

$$c dx_A = d(cx_A) = dc_A \dots\dots\dots(2-9)$$

Persamaan (2-9) disubstitusi ke Persamaan (2-8) maka diperoleh persamaan difusi untuk konsentrasi total dalam keadaan konstan :

$$J_{Az}^* = -D_{AB} \frac{dc_A}{dz} \dots\dots\dots(2-10)$$

Umumnya laju difusi dalam padatan terjadi sangat lambat daripada dalam cairan dan gas, sehingga perpindahan massa dalam padatan berperan sangat penting dalam proses kimia dan biologi. Difusi dalam padatan dibagi menjadi tiga bagian yaitu difusi dalam padatan berdasar hukum Fick, difusi dalam padatan berongga (berdasarkan struktur padatan), dan difusi pada keadaan *unsteady* untuk berbagai geometri (Geankoplis, 2003).

Difusi dalam padatan berdasarkan Hukum *Fick* tidak tergantung pada struktur padatan. Pada proses *leaching*, difusi terjadi bila cairan atau *solute* yang terlarut dalam padatan berdifusi ke bentuk larutan homogen yang lain. Pada umumnya, Fluks difusi untuk difusi biner menggunakan persamaan berikut

$$N_A = -cD_{AB} \frac{dx_A}{dz} + \frac{c_A}{c} (N_A + N_B) \dots\dots\dots(2-11)$$



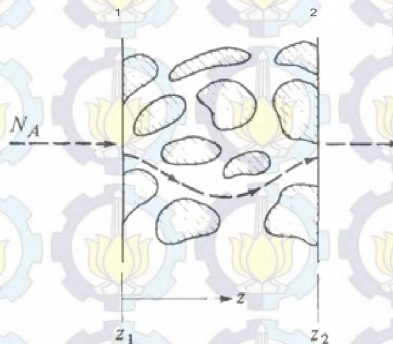
karena bulk  $\frac{c_A}{c} (N_A + N_B)$  relative kecil, maka  $\frac{c_A}{c}$  atau  $x_A$  juga kecil, sehingga dapat diabaikan. Bila  $c$  dianggap konstan, maka fluks difusi dalam padatan

$$N_A = -\frac{D_{AB} dc_A}{dz} \dots\dots\dots(2-12)$$

$D_{AB}$  merupakan difusivitas A melalui B ( $m^2/detik$ ) dan biasanya diasumsikan konstan serta tidak tergantung pada tekanan padatan. Dalam padatan  $D_{AB} \neq D_{BA}$ . Dengan integrasi maka fluks difusi *steady-state* untuk padatan

$$N_A = \frac{D_{AB} (c_{A1} - c_{A2})}{z_2 - z_1} \dots\dots\dots(2-13)$$

Difusi dalam padatan berongga tergantung pada struktur padatan memiliki pori-pori atau *interconnected voids* dalam padatan yang berpengaruh terhadap difusi. Difusi liquid dalam padatan berongga terjadi jika ruang kosong atau pori-pori (*voids*) terisi dengan cairan sehingga konsentrasi *solute* dalam cair berada pada lapisan 1 ( $C_{A1}$ ) dan pada lapisan 2 ( $C_{A2}$ ) (**Gambar 2.5**).



**Gambar 2.5.** Skema padatan berongga  
Difusi *solute* yang berada dalam *volume void* terus bergerak melalui lintasan *tortuous* (*tortuous path*) sepanjang  $z_2 - z_1$  dengan

faktor  $\tau$  merupakan *tortuosity*. Namun dalam padatan *inert*, proses difusi tidak terjadi. Difusi *solute* dalam cairan yang encer pada keadaan *steady* menggunakan persamaan sebagai berikut

$$N_A = \frac{\varepsilon D_{AB} (c_{A1} - c_{A2})}{\tau (z_2 - z_1)} \dots\dots\dots (2-14)$$

$\varepsilon$  = fraksi *open void*

$D_{AB}$  = difusivitas solute dalam air

$\tau$  = faktor koreksi untuk lintasan yang lebih panjang ( $z_2 - z_1$ )

Pada padatan *inert*, nilai  $\tau$  bervariasi antara 1,5 – 5 dengan kombinasi persamaan difusivitas

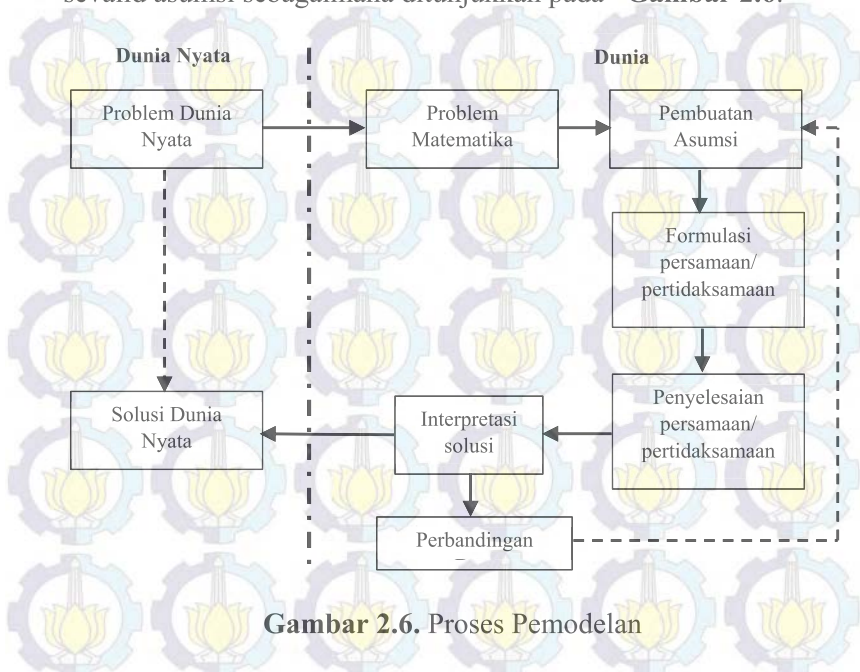
$$D_{Aeff} = \frac{\varepsilon}{\tau} D_{AB} \text{ (m}^2\text{/detik)} \dots\dots\dots (2-15)$$

### 2.3. Pemodelan Matematis Proses Ekstraksi

Pemodelan matematika merupakan proses membangun suatu model matematika untuk menggambarkan dinamika suatu sistem sehingga diperoleh pemahaman dari permasalahan data dunia nyata (*real*). Proses membangun model matematika tidak pernah berhenti, terus bergerak antar tahapan-tahapan sehingga dapat menghasilkan model yang lebih baik dan tidak ada model yang paling baik (Vries, 2001). Model matematika dapat direpresentasikan sebagai matematis suatu proses, alat, dan/atau konsep dalam bentuk sejumlah peubah yang didefinisikan sebagai pengganti dari masukan, keluaran, dan proses-proses internal dari proses atau alat yang direpresentasikan, serangkaian persamaan dan pertidaksamaan yang menggambarkan interaksi antar peubah.

Langkah pertama dalam pemodelan matematika adalah menyatakan permasalahan dunia nyata ke dalam pengertian matematika yang meliputi identifikasi dan membentuk beberapa hubungan antara variabel-variabel permasalahan, dan menjabarkan variabel-variabel dan sistem menjadi suatu model. Kerangka dasar model dikonstruksi meliputi asumsi secara esensial yang mencerminkan bagaimana berpikir agar model

dapat dijalankan dan diselesaikan walaupun hasilnya hanya sevalid asumsi sebagaimana ditunjukkan pada **Gambar 2.6**.



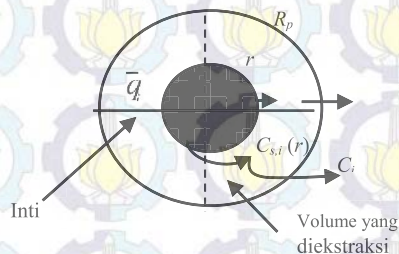
**Gambar 2.6.** Proses Pemodelan

Umumnya pemodelan matematis dipakai untuk menginterpretasikan data hasil penelitian, mendapatkan data mekanisme reaksi dan parameter rancangan reaktor padat-cair menggunakan beberapa model utama yang telah dikembangkan pada reaksi non-katalitik sistem padat-cair seperti SCM, *shrinking particle* (SP), *homogeneous model* (HM) dan *grain model* (GM) (Gbor dan Jia, 2004). Perkembangan model matematis ekstraksi pertama kali dikembangkan oleh Yagi dan Kunii pada tahun 1955 menggunakan SCM model yang awalnya reaktan padat dianggap tidak berpori dan dikelilingi oleh lapisan larutan sebagai tempat terjadinya perpindahan massa antara partikel padatan dan sebagian besar cairan serta hasil reaksi akan membentuk lapisan *ash* atau *inert* disekitar inti yang tidak bereaksi (Gbor dan Jia, 2004). SP model sama dengan SCM model, namun lapisan yang



tersisa disekitar inti yang tidak bereaksi tidak ada. HM berlaku pada padatan berpori yang sama dan terdistribusi secara merata, sedangkan GM diperuntukan pada butiran padatan dipadatkan secara bersama-sama. Diantara empat model tersebut, hanya SCM yang banyak digunakan untuk model sistem *leaching* (Gbor dan Jia, 2004). Namun dalam beberapa permasalahan, SCM memiliki ketidak-konsistenan kesimpulan dalam hal pengumpulan dan interpretasi data *leaching* karena dipengaruhi adanya distribusi ukuran partikel (*particle size distribution* atau PSD) (Gbor dan Jia, 2004). Ketidak-konsistenan ini disajikan Prosser (1996) bahwa data *leaching* yang diperoleh dipengaruhi oleh 30 (tiga puluh) lebih variabel dan fenomena, salah satunya adalah pengaruh PSD dari bahan padatan.

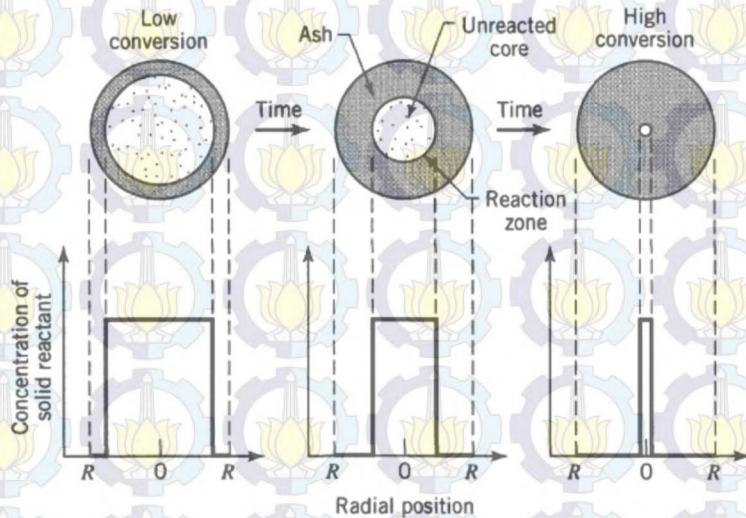
Pada perkembangannya, SCM merupakan model yang paling banyak dipakai untuk memodelkan proses *leaching* dengan dan/atau tanpa reaksi pada *agitated leaching* dan ekstraksi cairan super kritis (*supercritical fluid extraction* (SCFE)) dalam kolom ekstraksi. SCM mengasumsikan ada batas yang jelas dibagian partikel antara yang diekstrak dan tidak diekstrak. Hasil ekstraksi ditunjukkan dengan batas penyusutan hingga mencapai pusat partikel dan semua zat terlarut habis. Posisi batas dalam partikel berbentuk bola yang ditunjukkan dengan  $r_c$  pada **Gambar 2.7**. (Oliveira dkk, 2011).



**Gambar 2.7.** SCM model models untuk ekstraksi superkritis zat terlarut dari matriks padatan. (Oliveira dkk, 2011)



Levenspiel (1999) menjelaskan bahwa SCM memvisualisasikan reaksi terjadi lebih dahulu pada kulit luar partikel selanjutnya zona reaksi bergerak ke dalam padatan kemudian meninggalkan material yang terkonversi dan padatan *inert* yang dikenal dengan *ash*. Setiap saat partikel mengalami penyusutan (*shrinks*) dalam ukuran selama reaksi berlangsung dan meninggalkan sebuah inti yang tidak bereaksi seperti ditunjukkan pada **Gambar 2.8**.



**Gambar 2.8.** Berdasarkan SCM model, reaksi berlangsung di bagian luar yang bergerak ke dalam partikel padatan. (Levenspiel, 1999)

Neraca massa di inti dan fase terekstraksi dikembangkan dengan mengasumsikan tidak ada akumulasi zat terlarut di bagian yang diekstrak dan zat terlarut berdifusi dari batas ke permukaan partikel melalui jaringan pori. Semua zat terlarut keluar dari partikel berdasarkan konveksi di permukaan yang bersumber dari inti. Neraca massa untuk inti dan fase yang diekstrak dari partikel berbentuk bola telah dikemukakan oleh Goto dkk, 1996.

$$\frac{\partial \bar{q}_i}{\partial t} = k_f a_p \left( C_{s,i} \Big|_{r=R_p} - C_i \right) \dots\dots\dots(2-16)$$

$$\frac{D_e}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial C_{s,i}}{\partial r} \right) = 0 \dots\dots\dots(2-17)$$

$C_{s,i}$  merupakan konsentrasi zat terlarut dalam jaringan berpori. Dan  $r$  merupakan koordinat jari-jari partikel. Konsentrasi rata-rata absolut merupakan fungsi  $r_c$ .

$$\bar{q}_i = q_{i,0} \left( \frac{r_c}{R_p} \right)^3 \dots\dots\dots(2-18)$$

Fluks massa *solute* dari partikel ke cairan superkritikis

$$J_f = k_f \left( C_{s,i} \Big|_{r=R_p} - C_i \right) \dots\dots\dots(2-19)$$

Kondisi awal dan batas dalam fase padatan

$$\begin{aligned} t=0 \quad q_i &= q_{i,0} \\ r=r_c \quad C_{s,i} &= C_{s,i}^* \end{aligned} \dots\dots\dots(2-20)$$

$$r=R_p \quad -D_e \frac{\partial C_{s,i}}{\partial r} = k_f (C_{s,i} - C_i) \dots\dots\dots(2-21)$$

Penerapan SCM pada proses SCFE yang umumnya menggunakan pelarut CO<sub>2</sub> dan tidak melibatkan reaksi digunakan untuk mendapatkan bahan atau zat lain dari bahan alami (biji tumbuhan) (Goto dkk, 1996). Sedangkan aplikasi SCM di proses *agitated leaching* lebih banyak digunakan pada bahan mineral untuk mendapatkan bahan logam atau material lain yang lebih bernilai (Cheng dkk, 2012). Penggunaan SCM model pada proses *agitated leaching* diberbagai literatur ditunjukkan **Tabel 2.2**.

**Tabel 2.2.** Perkembangan penggunaan SCM model pada *agitated leaching*.

No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
1	<i>Agitated leaching disertai reaksi.</i> 24MnO <sub>2</sub> +	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Reaksi dikontrol kinetika.</li> <li>▪ Konsentrasi pelarut konstan.</li> </ul>	kimia secara pelarut	Model SCM yang dimodifikasi berdasarkan pengaruh suhu,

**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
	$C_{12}H_{22}O_{11}$ $+48H^+ \rightarrow$ $4Mn^{2+} +$ $12CO_2 +$ $36H_2O$	<p>▪ Partikel padatan berbentuk bola (<i>spherical</i>).</p> <p>▪ Keterangan:  <math>X</math> (konversi mangan);  <math>C'</math> (konstanta (<math>M^{(na+ns)} \cdot \text{Min}^{-1}</math>);  <math>E_A</math> (energi aktivasi reaksi, kJ/mol);  <math>T'</math> (suhu referensi, K);  <math>C_{A0}</math> (konsentrasi awal asam, M);  <math>C_{S0}</math> (konsentrasi awal sukrosa, M);  <math>na</math> (orde reaksi asam);  <math>ns</math> (orde reaksi sukrosa);  <math>C_{As}</math> (kebutuhan asam sulfat stokiometri, M);  <math>C_{Ss}</math> (kebutuhan sukrosa stokiometri, M).  <math>AW_{Mn}</math> (berat atom mangan).  <math>b_1</math> dan <math>b_2</math> (parameter hubungan konversi ke energi aktivasi, <math>b_1</math> kJ/mol; <math>b_2</math> tidak berdimensi).</p>	<p>waktu <i>leaching</i>, dan ukuran partikel terhadap <i>extraction yield</i></p> $\frac{dX}{dt} = C' \cdot \exp \left[ -\frac{E_A}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T'} \right) \right] \cdot (C_{A0} - C_{As} X)^{na} \cdot (C_{S0} - C_{Ss} X)^{ns} \cdot (1-X)$ $C_{Ss} = \frac{[\text{konsentrasi ore (g/l)}] \text{ kandungan ore mangan (\%)}}{100 AW_{Mn}}$ <p>Variasi konversi mineral selama waktu <i>leaching</i></p> $\frac{dX}{dt} = C' \cdot \exp \left[ -\frac{E_A}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T'} \right) + \frac{b_1 X^{b_2}}{RT} \right] \cdot (C_{A0} - C_{As} X)^{na} \cdot (C_{S0} - C_{Ss} X)^{ns} \cdot (1-X)^{2/3}$	
2	<p><i>Agitated leaching</i> disertai reaksi.  <math>A(\text{fluid}) + bB(\text{solid}) \rightarrow \text{fluid and solid}</math>                      produk</p>	<p>▪ Laju persamaan reaksi ditentukan oleh <i>control regime</i> atau <i>rate-limiting</i>, yaitu</p> <p>✓ Difusi yang melalui film cairan disekitar partikel padatan.</p> <p>✓ Difusi yang melalui lapisan padatan (<i>layer</i>) padatan <i>ash/inert</i>.</p> <p>✓ Reaksi kimia pada permukaan</p>	<p>Ketika difusi melalui kontrol film cairan</p> $X_n = k_n t$ <p>dimana</p> $k_n = \frac{3bk_g C_{AB}}{\rho R}$ <p>Ketika difusi melalui kontrol lapisan <i>inert/ash</i></p> $1 - 3(1 - X_n)^{2/3} + 2(1 - X_n) = k_n t$ <p>dimana</p>	Gbor dan Jia, 2004



**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
		inti yang tidak bereaksi ( <i>unreacted core</i> ).	$k_d = \frac{6bD_c C_{AB}}{\rho R^2}$	
		<ul style="list-style-type: none"> <li>Partikel padatan berbentuk bola (<i>spherical</i>) dan bereaksi dengan cairan secara isothermal.</li> <li>Keterangan: A (cairan bereaksi); <math>b</math> (mol B yang dikonsumsi per mol A yang bereaksi); <math>B</math> (komponen padatan yang bereaksi dengan cairan); <math>C_{AB}</math> (konsentrasi A dalam cairan bulk, mol/m<sup>3</sup>); <math>D</math> (diameter partikel padatan, m); <math>D_e</math> (koefisien difusi efektif A melalui lapisan inert/ash, m<sup>2</sup>s<sup>-1</sup>); <math>D_{max}</math> (ukuran partikel terbesar dalam sistem, m); <math>k_g</math> (koefisien perpindahan massa A dalam film cairan, m s<sup>-1</sup>); <math>k_l</math> (konstanta laju reaksi kimia, mol<sup>(1-n)</sup> m<sup>(3n-2)</sup> s<sup>-1</sup>); <math>t</math> (waktu, s); <math>X_B</math> (fraksi B dalam padatan yang terkonversi menjadi produk); <math>p(D)</math> (fungsi densitas ukuran partikel berdasarkan massa partikel);</li> </ul>	<p>Ketika kontrol reaksi kimia permukaan</p> $1 - (1 - X_B)^{1/3} = k_r t$ <p>, dimana</p> $k_r = \frac{bk C^n}{\rho R}$ <p>Penggabungan distribusi ukuran partikel (<i>particle size distribution</i>, PSD) ke SCM model.</p> <p>Untuk diameter (D) ukuran tunggal partikel</p> $1 - X_D = f(D, t)$ <p>Untuk proses kontrol reaksi kimia permukaan</p> $f(D, t) = 1 - X_D = \left(1 - \frac{k_r t}{D}\right)^3$ <p>, dimana</p> $k_{rn} = k_r D$ <p><math>k_r</math> berbanding terbalik dengan <math>D</math> (atau <math>R</math>)</p> <p>Untuk proses kontrol difusi lapisan ash/inert, tidak ada persamaan aljabar yang diperoleh <math>f(D, t)</math> sehingga setiap <math>D</math> dihitung.</p>	



**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
				$1 - 3(1 - X_D)^{2/3} + 2(1 - X_D) = \frac{k_{ds} t}{D^2}$
				<p>, dimana</p> $k_{ds} = k_d D^2$ <p><math>k_d</math> berbanding terbalik dengan <math>D^2</math> (atau <math>R^2</math>)</p> <p>Untuk proses kontrol difusi film cairan</p>
				$f(D, t) = 1 - X_D = \left(1 - \frac{k_m t}{D}\right)$
				<p>, dimana</p> $k_m = k_m D$ <p><math>k_m</math> berbanding terbalik dengan <math>D</math> (atau <math>R</math>)</p> <p>Untuk kelompok partikel dengan berbagai ukuran dan dibagi menjadi ukuran dengan rentang diskrit.</p> <p>Reaksi yang tidak bereaksi (<i>fraction unreacted</i>)</p> $= \sum (f(D, t)) (\text{Mass fraction of size } D)$
				<p>Untuk distribusi kontinyu partikel</p> <p><i>fraction unreacted</i></p> $= \int_0^\infty (f(D, t)) (p(D)) dD$
				<p>dimana</p>

**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
			$f(D, t) = 1 - X_D = 0, \quad 0 < D < D_i$ $f(D, t) = 1 - X_D = g(D, t), \quad D_i < D < D_{\max}$ $g(D, t)$ dinyatakan untuk $f(D, t)$ Untuk kontrol reaksi kimia $D_i = k_r t$ Untuk kontrol difusi lapisan ash/inert $D_i = (k_{de} t)^{0.5}$ Untuk kontrol difusi film cairan $D_i = k_{mf} t$	
3	<i>Agitated leaching</i> disertai reaksi $M(OH)_{z(S)} + zH^+ \leftrightarrow M^{z+} + zH_2O$	$C_{HI}$ (konsentrasi ion hidrogen dalam fase cairan, $\text{kml m}^{-3}$ ); $C_{MI}$ (konsentrasi logam $i$ dalam fase cairan pada waktu $t$ ( $\text{mol m}^{-3}$ ); $D_e$ (koefisien difusi efektif ion $H^+$ dalam lapisan ash, $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ); $k_l$ (koefisien perpindahan massa film eksternal ( $\text{m s}^{-1}$ ); $k_s$ (koefisien laju reaksi permukaan, $\text{s}^{-1}$ ); $R_p$ (jari-jari partikel lumpur, m); $t$ (waktu ekstraksi, s); $X_{MI}$ (fraksi logam $I$ yang terekstrak); $\tau_1$ (konstanta waktu film eksternal, s); $\tau_2$ (konstanta waktu lapisan ash);	Kontrol difusi film $\begin{cases} t = \tau_1 X_{Mi} \\ \tau_i = \frac{2\rho M_i R_p}{3k_i C_{Mi}} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n$ Kontrol difusi lapisan inert $\begin{cases} t = \tau_2 [1 - 3(1 - X_{Mi})^{2/3} + 2(1 - X_{Mi})] \\ \tau_2 = \frac{\rho M_i R^2}{3D_e C_{Mi}} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n$ Kontrol reaksi permukaan $\begin{cases} t = \tau_3 [1 - (1 - X_{Mi})^{1/3}] \\ \tau_3 = \frac{2\rho M_i R_p}{k_i C_{Mi}} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n$	Lee dkk, 2005

**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
4	<p><i>Agitated leaching disertai reaksi</i></p> $\text{Zn}_4\text{Si}_2\text{O}_7(\text{OH})_2 \cdot \text{H}_2\text{O} + 4\text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow 4\text{ZnSO}_4 + \text{Si}_2\text{O}(\text{OH})_6 + 3\text{H}_2\text{O}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>Partikel berbentuk bola (<i>spherical</i>).</li> <li>Selama proses, partikel mengalami penyusutan (<i>shrinks</i>) secara seragam dan bentuk bulatnya dipertahankan</li> <li>Meskipun terdapat banyak reaksi dalam proses <i>leaching</i> seng dengan asam sulfat dari bijih (<i>ore</i>), untuk penyederhanaan hanya digunakan reaksi utama proses pelarutan (<i>dissolution</i>) seng oksida di dalam asam yang diasumsikan sebagai seng oksida.</li> <li>Kehadiran zat lain dalam <i>ore</i> tidak berpengaruh signifikan pada kinetikanya.</li> <li>Suhu tetap konstan selama proses <i>leaching</i>.</li> <li>Partikel dan lapisan <i>gelatinous</i> keduanya non-porous. Dalam fase tersebut, perpindahan massa terjadi melalui difusi molekul/ion.</li> </ul>	<p>Laju reaksi per satuan permukaan inti dapat dihubungkan dengan laju pelarutan seng oksida</p> $R_r = - \frac{M_{\text{ZnO}}}{S_c} \frac{dn_{\text{ZnO}}}{dt}$ <p>Laju menghilangnya seng oksida dinyatakan sebagai</p> $\frac{dn_{\text{ZnO}}}{dt} = \frac{\rho_{\text{ore}} G S_c}{M_{\text{ZnO}}} \frac{dr_c}{dt}$ <p>Pada beberapa referensi menyatakan laju reaksi untuk pelarutan seng oksida (<math>R_r</math>) merupakan orde pertama yang berkaitan dengan konsentrasi pelarut.</p> $R_r = - \frac{k C_A}{\rho_{\text{ore}} G}$ <p>Konsentrasi asam (<math>C_A</math>), dihitung pada permukaan inti. Untuk memperoleh konsentrasi asam di</p>	Safari dkk, 2009

Lanjutan Tabel 2.2.

No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
			permukaan reaksi,	
			persamaan neraca massanya ditulis pada kedua lapisan film cair dan lapisan gelatinous yang perpindahan massanya hanya terjadi dalam arah radial	
			$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dC_A}{dr} \right) = 0$	
			Kondisi batas	
			$r = r_c + \delta \quad h_D (C_{A0} - C_A) = D_g \frac{dC_A}{dr}$	
			$r = r_c \quad D_g \frac{dC_A}{dr} = k C_A$	
			Karena proses tersebut dalam kondisi quasi-steady-state, maka laju reaksi di permukaan inti sama dengan laju perpindahan massa ke dan melalui film gel.	
			$h_D (C_{A0} - C_A  _{r_c + \delta}) = k C_A  _{r_c}$	
			Penyelesaian persamaan	



**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
			diferensial perpindahan massa dengan kondisi batas dan penyelesaian persamaan laju reaksi untuk mendapatkan $C_A$ ( $r_c$ ) maka $C_A$ diperoleh dengan persamaan berikut	
				$C_A = C_{A0} \left[ \frac{\frac{D_g}{kr_c^2} - \frac{1}{r_c} - \frac{1}{r}}{\frac{D_g}{kr_c^2} + \frac{1}{r} - \frac{1}{r_c + \delta} + \frac{D_g}{h_D(r_c + \delta)^2}} \right]$
			Oleh karena itu, laju pelarutan seng oksida dinyatakan dengan persamaan	
				$R_r = \frac{kC_A  _{r=r}}{M_{ZnO}} = \frac{C_{A0}}{M_{ZnO}} \left[ \frac{1}{\frac{1}{k} + \frac{r_c}{D_g} \left( 1 - \frac{r_c}{r_c + \delta} \right) + \frac{r_c^2}{h_D(r_c + \delta)^2}} \right]$
			Dalam bentuk laju penyusutan ( <i>shrinkage</i> )	
				$\frac{dr_r}{dt} = -\frac{C_{A0}}{\rho_{ore} G} \left[ \frac{1}{\frac{1}{k} + \frac{r_c}{D_g} \left( 1 - \frac{r_c}{r_c + \delta} \right) + \frac{r_c^2}{h_D(r_c + \delta)^2}} \right]$
			Berdasarkan	

**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
			vol partikel diperoleh persamaan berikut	
			$X(t) = 1 - \left( \frac{r_c(t)}{r_0} \right)^3$	
			Dengan persamaan laju penyusutan persamaan volume sisa partikel, peroleh persamaan tingkat pelarutan partikel sebagai fungsi waktu	
			Konstanta laju reaksi pelarutan seng oksida murni dalam asam sulfat	
			$k = 6,028 \times 10^{-4} \exp \left( -\frac{13634,96}{RT} \right) (m/s)$	
			Koefisien perpindahan massa	
			$Sh = 2 + 0,6 Sc^{1/3} Re^{1/2} = 2 + 0,6 \left( \frac{\mu}{\rho D} \right)^{1/3} \left( \frac{d_p \mu_p}{\mu} \right)^{1/2}$	
			Persamaan viskositas, densitas, dan koefisien difusivitas campuran	

**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Model	Literatur
				$\mu = (0,4332344 - 4,998831 \times 10^{-3} T + 2,174276 \times 10^{-5} T^2 - 4,216447 \times 10^{-8} T^3 + 3,072309 \times 10^{-11} T^4) \times \exp(0,6128 [ZnSO_4] + 0,1801 [H_2SO_4])$ $\rho = 1153,82 + 66748 [H_2SO_4] + 181,436 [Zn^{2+}] + 158,354 [Fe^{2+}] + 396,312 [Fe^{3+}] - 0,55T$ $D_{\text{ZnSO}_4} = [0,083 - 7,496 ([ZnSO_4] + 0,296 [H_2SO_4])]^{0,5} + 4,105 [ZnSO_4] + 3,924 [H_2SO_4] - 0,739 [ZnSO_4] + 1,615 [H_2SO_4]^{1,3} \times 10^{-10}$
5	<p><i>Agitated leaching</i> disertai reaksi.</p> $2ZnO \cdot SiO_2 (s) + 6OH^- (aq) + H_2O \rightarrow 2[Zn(OH)_4]^{2-} + SiO_3^{2-} (aq)$	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reaksinya heterogen dan irreversibel</li> <li>Partikel seng silikat berbentuk bola</li> <li>Laju reaksi kimia dikendalikan</li> <li>Pengaruh suhu pada kinetika <i>leaching</i> ditandai dengan nilai energi aktivasi. Tingginya nilai energi aktivasi (&gt;40 kJ/mol) menunjukkan kontrol kimia sedangkan nilai energi aktivasi &lt;20 kJ/mol menunjukkan proses difusi-dikontrol.</li> </ul>	<p>Kinetika pelarutan proses <i>leaching</i></p> $1 - (1 - \alpha)^{1/3} = K_{app} t$ $K_{app} = \frac{k_s [NaOH]^r}{3 \cdot \rho_{solid} \cdot R_n}$ <p>Konstanta laju yang berhubungan dengan suhu berdasarkan persamaan Arrhenius</p> $k = k_o \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right)$ $\ln(k) = \ln(k_o) - \frac{E_a}{R} \frac{1}{T}$ <p>Kinetika <i>shrinking particles</i></p>	Santos dkk, 2010

**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	1 – Korelasi $K_L t$	Literatur
6	<i>Agitated leaching</i> disertai reaksi. $A(aq) + bB(solid) \rightarrow \text{produk}$	Energi aktivasi ( $E_a$ ) ditentukan menggunakan persamaan Arrhenius yang menunjukkan difusi atau reaksi kimia mengendalikan reaksi <i>leaching</i> . $b$ (faktor stokiometrik reaksi); $X_B$ (fraksi B yang bereaksi setelah waktu $t$ ); $\tau$ (waktu lengkap pelarutan ( <i>complete dissolution</i> ) B dari bentuk partikel, s); $r_o$ (jari-jari ( <i>radius</i> ) awal partikel, m); $d_o$ (diameter awal partikel, m); $\rho_B$ (densitas molar B, $\text{mol m}^{-3}$ ); $k$ (konstanta laju intrinsik reaksi permukaan atau koefisien perpindahan massa A dalam lapisan tipis ( <i>film</i> ) cairan, $\text{m s}^{-1}$ ); $D$ (difusivitas A melalui lapisan ( <i>layer</i> ) produk, $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$ ); $k_{\text{apparent}}$ (konstanta laju <i>apparent</i> , $\text{s}^{-1}$ ); $C_A$ (konsentrasi A, $\text{mol m}^{-3}$ ); $E_a$ (energi aktivasi); $T$ (suhu absolut); $R$ (konstanta gas); $\alpha$ (konstanta proporsionalitas).	<i>Shrinking sphere</i> (tanpa produk padatan pada permukaan) $\frac{t}{\tau} = 1 - (1 - X_B)^{1/3} = \left( \frac{bkC_A}{\rho_o r_o^2} \right) t = (k_{\text{apparent}}) t$ <i>Shrinking core</i> (difusi reaktan/produk melewati ketebalan produk padatan pada permukaan) $\log(k_{\text{apparent}}) = \log(C_H) + \log \frac{6bD}{\rho_o^2 r_o^2}$ Partikel kecil $\frac{t}{\tau} = 1 - (1 - X_B)^{2/3} = \left( \frac{2bD_A C_A}{\rho_B r_o^2} \right) t$ Partikel besar $\frac{t}{\tau} = 1 - (1 - X_B)^{1/2} = \left( \frac{C_A}{\alpha r_o^2} \right) t$ Partikel berpori (difusi produk yang berpori) $1 - \frac{N_A(t)}{N_A(t = \infty)} = \exp \left( \frac{-\pi^2 D_A}{4L^2} \right) t$ $\ln(1 - X_B) = -k_{\text{apparent}} t$	Senanayake, 2011



**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Kontrol	Persamaan Arrhenius	Literatur
				$k = A \exp\left(\frac{-E_a}{RT}\right)$	
7	<i>Agitated leaching</i> disertai reaksi $\text{MnO}_4^- + 3\text{Co}^{2+} + 4\text{H}_2\text{O} = \text{MnO}_2 + 3\text{CoOOH} + 5\text{H}^+$ $\text{MnO}_4^- + 3\text{Co}^{2+} + 7\text{H}_2\text{O} = \text{MnO}_2 + 3\text{Co}(\text{OH})_3 + 5\text{H}^+$	$X$ (fraksi yang bereaksi); $k_r$ (parameter kinetika untuk kontrol reaksi); $k_d$ (parameter kinetika untuk kontrol difusi produk); $t$ (waktu reaksi, min); $A$ (faktor frekuensi); $E_a$ (energi aktivasi reaksi); $R$ (konstanta gas universal); $T$ (suhu absolut)	Laju reaksi dikontrol oleh difusi melalui lapisan produk sehingga persamaan laju terintegrasinya $1 - \frac{2}{3}x - (1-X)^{2/3} = k_d t$ Jika diikuti dengan reaksi permukaan $1 - (1-X)^{1/3} = k_r t$ Ketergantungan suhu dari konstanta laju reaksi dapat dihitung dengan persamaan Arrhenius $k_r = A \exp\left(\frac{-E_a}{RT}\right)$	Safarzadeh dkk, 2011	
8	<i>Agitated leaching</i> disertai reaksi $\text{RE}_2(\text{CO}_3)_3 + 6\text{HCl} = 2\text{RECl}_3 + 3\text{H}_2\text{O} + 3\text{CO}_2$ $\text{REF}_3 + 3\text{HCl} = \text{RECl}_3 +$	$x$ (fraksi yang bereaksi); $k_c$ (konstanta kinetika); $M_B$ (berat molekul padatan); $c_A$ (konsentrasi pelarutan <i>lixiviant</i> A dalam larutan <i>bulk</i> ); $a$ (koefisien stokiometri reagen dalam reaksi <i>leaching</i> ); $r_o$ (jari-jari awal partikel padatan); $t$ (waktu)	Jika laju reaksi dikontrol oleh difusi melalui lapisan produk, maka persamaan kinetiknya: $1 - \frac{2}{3}x - (1-x)^{2/3} = \frac{2M_B D c_A}{\rho_p a r_o^2} t = k_d t$ Jika reaksi dikontrol oleh	Xue dkk, 2011	

**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
	3HF  REFCO <sub>3</sub> (bastnaesit e)	reaksi); $D$ (koefisien difusi pori lapisan produk); $\rho_B$ (densitas padatan); $k_d$ dan $k_r$ (konstanta laju)	reaksi permukaan, maka persamaan kinetiknya: $1 - (1 - x)^{1/3} = \frac{2k_c M_B C_A}{\rho_B a r_0} t = k_r t$	
9	<i>Agitated leaching</i> reaksi	Difusi melewati lapisan cairan ( <i>liquid film</i> ). Difusi melewati lapisan produk/ash atau reaksi kimia pada permukaan <i>shrinking core</i> partikel padatan. $X$ (fraksi yang bereaksi); $k_c$ (konstanta kinetika); $M_B$ (berat molekul padatan); $C_A$ (konsentrasi <i>dissolved A</i> dalam larutan <i>bulk</i> ); $b$ (koefisien stokiometri bahan pereaksi ( <i>reagent</i> ) dalam reaksi <i>leaching</i> ); $R$ (jari-jari awal ( <i>initial radius</i> ) partikel padatan); $t$ (waktu reaksi); $D$ (koefisien difusi dalam pori lapisan produk ( <i>porous product layer</i> )); $\rho_B$ (densitas partikel padatan); $k_f$ , $k_d$ , dan $k_r$ (konstanta laju difusi <i>film</i> , <i>ash</i> , dan <i>chemical reaction</i> ).	Difusi lapisan tipis ( <i>film diffusion</i> ) $X = \frac{3bk_c C_A}{\rho_B R} = k_r t$ Difusi <i>ash</i> ( <i>ash diffusion</i> ) $1 + 2(1 - X) - 3(1 - X)^{2/3} = \left( \frac{2M_B D C_A}{\rho_B b R^2} \right) t = k_d t$ Reaksi kimia ( <i>chemical reaction</i> ) $1 - (1 - X)^{1/3} = \left( \frac{k_c M_B C_A}{\rho_B b R} \right) t = k_r t$ <i>First order pseudo-homogeneous model</i> $-\ln(1 - X) = k_f t$ Avremi Model $-\ln(1 - X) = k_r t^m$ <i>Dissolution process for shrinking core model</i> $1 + 2(1 - X) - 3(1 - X)^{2/3} = k_d t$	Ajemba dan Onukwuli, 2012

Semi-empirical

**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Model	Korelasi	Literatur
					$1 + 2(1 - X) - 3(1 - X)^{2/3} = k_0 C_{HCl}^a (d_p)^b (S / L)^c (w)^d \exp^{(-Ea / RT)}$
10	<i>Agitated leaching</i> disertai reaksi	Laju reaksi dikontrol oleh kecepatan aliran ion asam, dispersi ion Al(III), dan mekanisme reaksi. $x$ (laju leaching aluminium); $t$ (waktu reaksi); $\rho_p$ (densitas padatan reaktan); $R_s$ (jari-jari ( <i>radius</i> ) awal partikel); $b$ (rasio molar reaktan padatan); $M_p$ (berat molekul reaktan padatan, g/mol); $K_g$ (faktor perpindahan massa); $C_a$ (konsentrasi asam sulfat); $D_c$ (koefisien difusi lapisan <i>inert</i> ( <i>inert-layer</i> )); $K_i$ (konstanta laju reaksi untuk kontrol difusi <i>inert-layer</i> , menit <sup>-1</sup> ); $K_c$ (konstanta laju reaksi untuk kontrol reaksi kimia di permukaan partikel ( <i>surface chemical reaction control</i> )); $C_0$ (jumlah total Al (III) yang bisa di <i>leaching</i> menggunakan proses pencucian asam); $C$ (jumlah Al (III) yang dapat di <i>leaching</i> dengan berbagai kondisi operasi).	Kontrol difusi lapisan <i>diffusion control</i>	$1 - (1 - x) = \frac{t}{t_f}$	Cheng dkk, 2012
	$2Al(OH)_3 + 3H_2SO_4 (aq) \rightarrow Al_2(SO_4)_3 (aq) + 6H_2O$		Kontrol difusi lapisan inert ( <i>inert-layer diffusion control</i> )	$1 - 3(1 - x)^{2/3} + 2(1 - x) = \frac{t}{t_f}$	
			Kontrol reaksi kimia ( <i>surface chemical reaction control</i> )	$1 - (1 - x)^{1/3} = \frac{t}{t_c}$	
			Waktu <i>complete dissolution</i> oleh kontrol difusi lapisan atau <i>time for complete dissolution by liquid film control</i> ( $t_f$ )	$t_f = \frac{\rho_p R_s}{3bM_p K_g C_a}$	
			Waktu <i>complete dissolution</i> oleh kontrol difusi lapisan <i>inert</i> atau <i>time for</i>		

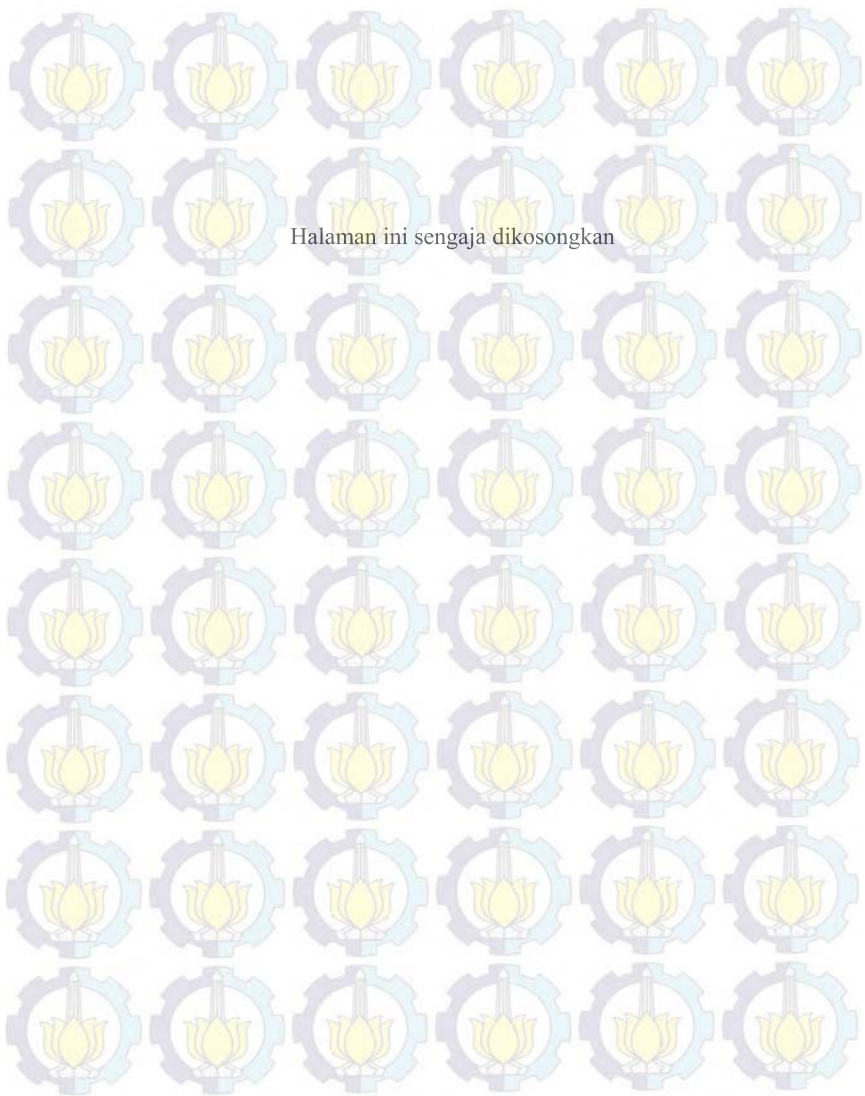
Lanjutan Tabel 2.2.

No	Sistem	Asumsi	Korrelasi	Literatur
			complete dissolution by inert-layer diffusion control ( $t_i$ )	
			$t_i = \frac{\rho_p R_s^2}{6bM_p D_c C_a}$	
			Waktu complete dissolution oleh kontrol reaksi kimia permukaan atau time for complete dissolution by surface chemical reaction control ( $t_c$ )	
			$t_c = \frac{\rho_p R_s}{bM_p K_g C_a}$	
			Laju leaching ditentukan oleh laju difusi inert-layer atau laju reaksi kimia	
			$t = [1 - (1 - x)^{1/3}] t_c + [1 - 3(1 - x)^{2/3} + 2(1 - x)] t_i$	
			Jika proses leaching didominasi oleh mekanisme kontrol difusi inert-layer, maka laju reaksi cepat sehingga $t_c$ mendekati nilai nol.	
			$[1 - 3(1 - x)^{2/3} + 2(1 - x)] = \frac{t}{t_i} = K_t$	



**Lanjutan Tabel 2.2.**

No	Sistem	Asumsi	Korelasi	Literatur
			Jika reaksi <i>leaching</i> didominasi oleh mekanisme kontrol kimia, maka nilai koefisien difusi inert-layer ( $D_0$ ) menjadi tinggi.	
			$\left[1 - (1-x)^{1/3}\right] = \frac{t}{t_c} = K_c t$	
			Rasio <i>leaching</i> ( $x$ )	
			$x = \frac{C}{C_0}$	
11	<i>Agitated leaching</i> disertai reaksi. $2\text{REF}_3(s) + \text{Al}^{3+} = [\text{AlF}_6]^{3-} + 2\text{RE}^{3+}$  $\text{RE}_2(\text{CO}_3)_3(s) + 6\text{H}^+ = 2\text{RE}^{3+} + 3\text{CO}_2 + 3\text{H}_2\text{O}$  $3\text{CaF}_2(s) + \text{Al}^{3+} = [\text{AlF}_6]^{3-} + 3\text{Ca}^{2+}$	Sistem padatan-cairan menggunakan proses pengadukan dengan asumsi partikel padatan berbentuk bola. $K_1$ , $K_2$ , dan $K_3$ (konstanta <i>apparent</i> untuk control yang berbeda); $\alpha$ (ekstraksi florida); $t$ (waktu leaching, min)	reaksi kimia  $1 - (1-\alpha)^{1/3} = K_1 t$ Kontrol difusi terluar $1 - (1-\alpha)^{1/3} = K_2 t$ Kontrol difusi <i>inner</i> $1 - \frac{2}{3}\alpha - (1-\alpha)^{2/3} = K_3 t$	Li dkk, 2013

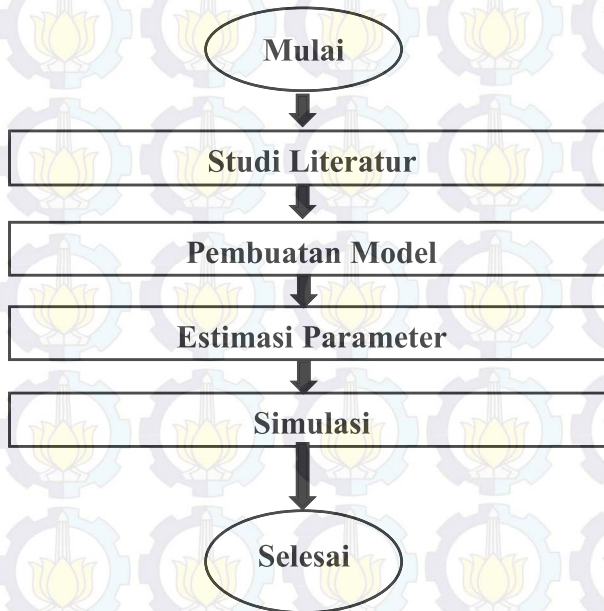


Halaman ini sengaja dikosongkan

## BAB III METODE PENELITIAN

### 3.1 Rancangan Penelitian

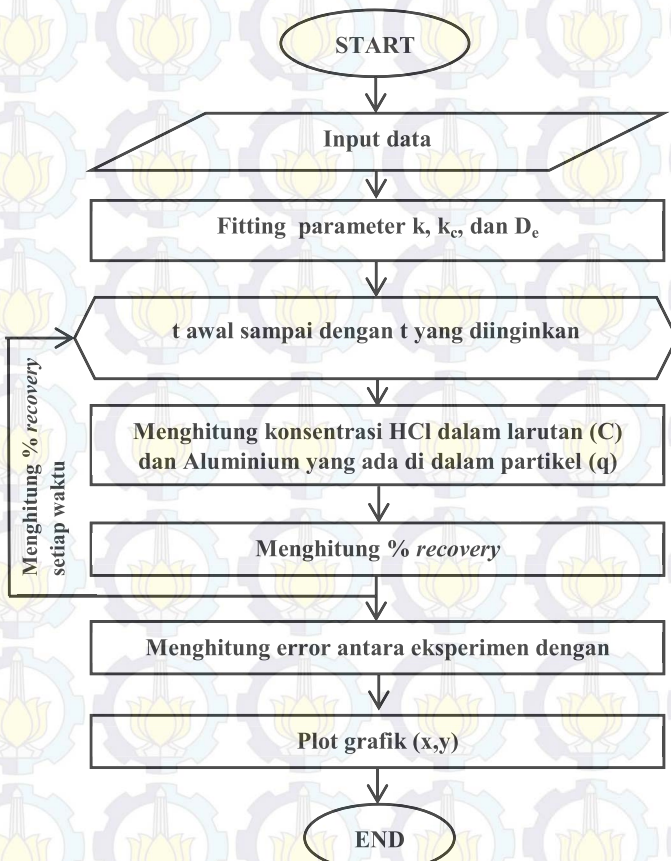
Penelitian yang akan dilakukan berdasarkan rancangan penelitian secara eksperimental dengan melakukan percobaan di laboratorium untuk mendapatkan data optimasi *leaching* dan secara pemodelan matematis untuk memodelkan data optimasi *leaching* yang diperoleh menggunakan model SCM. Alur rancangan penelitian secara umum ditunjukkan pada **Gambar 3.1**.



**Gambar 3.1.** Alur rancangan penelitian secara umum

### 3.2 Pemodelan Matematis *Agitated Leaching*

Penelitian ini dilakukan secara simulasi menggunakan *software matrix laboratory* (MATLAB) untuk mengkaji proses *agitated leaching* LPL PDAM menggunakan pengembangan model matematis SCM yang mendiskripsikan proses perpindahan massa yang terjadi. Alur pembuatan simulasi ditunjukkan pada gambar 3.2.

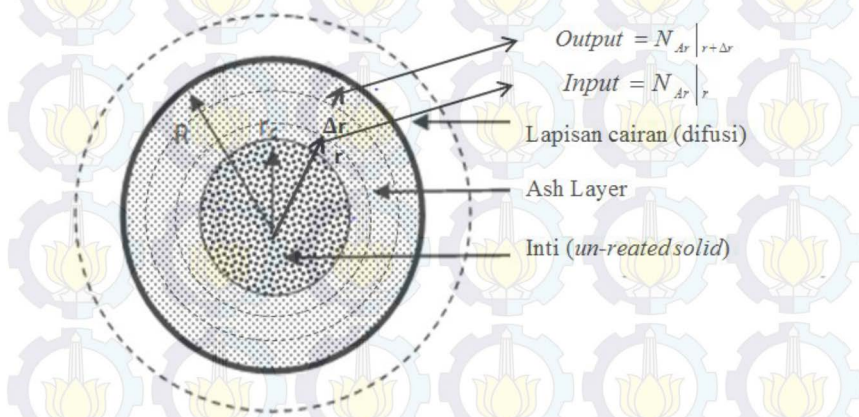


**Gambar 3.2.** Flow chart model ekstraksi aluminium dalam tangki berpengaduk



### 3.2.1 Shrinking Core Model (SCM) dengan adanya Reaksi Kimia

Model ini digunakan untuk memprediksi persentase perolehan aluminium oksida dari LPL PDAM dengan proses *agitated leaching* dan menganggap partikel LPL PDAM berbentuk bola (*sphere*) dengan kondisi *pseudosteady state*. Ilustrasi SCM dengan partikel berbentuk bola ditunjukkan pada **Gambar 3.3**.



**Gambar 3.3.** Ilustrasi SCM dengan menganggap partikel berbentuk bola

Persamaan laju perpindahan massa HCl dari larutan menuju partikel sebagai berikut :

$$0 = N_{\Delta r}|_r - N_{\Delta r}|_{r+\Delta r} \dots\dots\dots(3-1)$$

Reaksi Kimia yang terjadi pada saat ekstraksi:



Persamaan neraca massa total SCM untuk *agitated leaching* dengan adanya reaksi sebagai berikut:

$$\frac{dC_{AL}}{dt} = \frac{k_c}{R} \frac{(1-\varepsilon_L)}{\varepsilon_L} (C_{A(R)} - C_{AL}) \dots\dots\dots (3-2)$$

Perubahan konsentrasi zat terlarut (aluminium) dalam fase padatan (LPL PDAM) setara dengan koefisien perpindahan massa sebagai berikut :

$$\frac{d\bar{q}}{dt} = \frac{4\pi R^2 k_c \rho \text{ padatan}}{3 \text{ massa padatan}} (C_{A(R)} - C_{AL}) \dots\dots\dots (3-3)$$

Persamaan difusi dalam partikel sebagai berikut :

$$-\frac{d}{dr} \left( -D_e 4\pi r^2 \frac{dC_{A(R)}}{dr} \right) = 0 \dots\dots\dots (3-4)$$

Kondisi batas dan kondisi awal Persamaan (3-4) ditunjukkan dalam persamaan (3-5) sampai (3-7)

$$\text{B.C.1 : } r = r_c \text{ pada } D_e \frac{dC_{A(R)}}{dr} = k C_{A(R)} \dots\dots\dots (3-5)$$

$$\text{B.C.2 : } r = R \text{ pada } -D_e \frac{dC_{A(R)}}{dr} = k_c (C_{A(R)} - C_{AL}) \dots\dots\dots (3-6)$$

Kondisi awal:

$$r_c = R, \bar{q} = q_0 \text{ pada } t = 0 \dots\dots\dots (3-7)$$

Nilai rata-rata konsentrasi zat terlarut di dalam partikel dinyatakan dengan persamaan (3-8)

$$\frac{\bar{q}}{q_0} = \left( \frac{r_c}{R} \right)^3 \dots\dots\dots (3-8)$$

Persamaan (3-4) diintegrasikan menghasilkan persamaan (3-9)

$$C_{A(R)} = -\frac{k_1}{r} + k_2 \dots\dots\dots (3-9)$$

Persamaan (3-4) disubstitusi ke persamaan (3-5) diperoleh persamaan (3-10)

$$k_1 = \frac{k k_2 r_c^2}{(D_e + k r_c)} \dots\dots\dots (3-10)$$

Persamaan (3-10) dan persamaan (3-4) disubstitusi ke persamaan (3-6) diperoleh persamaan (3-11)

$$k_2 = \frac{k_c C_{AL} (D_e + k r_c) R^2}{D_e (k r_c^2 + R^2 k_c) + k_c k (r_c R^2 - r_c^2 R)} \dots\dots\dots (3-11)$$

Harga  $K_1$  dan  $K_2$  disubstitusi ke Persamaan (3-9), maka diperoleh Persamaan (3-12)

$$C_{A(R)} = \frac{k k_c C_{AL} R^2 r_c^2}{D_e (k r_c^2 + R^2 k_c) + k_c k (r_c R^2 - r_c^2 R) r} + \frac{k_c C_{AL} (D_e + k r_c) R^2}{D_e (k r_c^2 + R^2 k_c) + k_c k (r_c R^2 - r_c^2 R)} \dots\dots\dots (3-12)$$





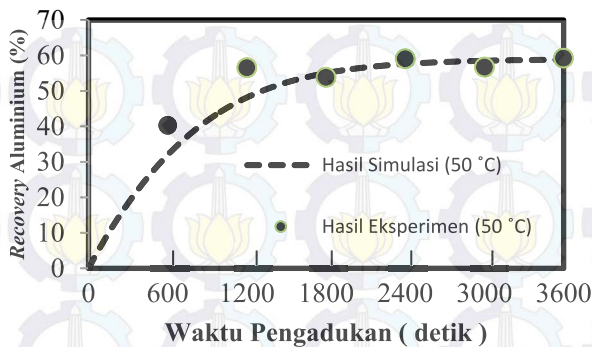
## BAB IV

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Permodelan dan simulasi yang dilakukan pada penelitian ini bertujuan untuk membuat model matematika *agitated leaching* aluminium dari Limbah Padat Lumpur (LPL) PDAM menggunakan *Shrinking Core Model* (SCM) dan melakukan *fitting* parameter model dengan membuat hasil simulasi mendekati data eksperimen. Berdasarkan hasil simulasi ini dapat diketahui pengaruh berbagai variabel proses pada hasil ekstraksi yang dinyatakan dalam %*recovery* aluminium. Variabel yang mempengaruhi hasil ekstraksi adalah temperatur ekstraksi (T), waktu pengadukan (t), dan Konsentrasi pelarut (C). Dimana variabel ini akan mempengaruhi hasil *fitting* parameter yang akan digunakan pada simulasi yaitu koefisien transfer massa antara fluida dengan partikel ( $k_c$ ), konstanta kecepatan reaksi (k), dan Koefisien difusivitas ( $D_c$ ).

#### 4.1. Pengaruh Lama Pengadukan Ekstraksi Terhadap % *Recovery* Aluminium

Berdasarkan hasil simulasi yang dilakukan didapatkan hubungan antara lama pengadukan ekstraksi terhadap % *recovery* yang ditunjukkan oleh **Gambar 4.1**.



**Gambar 4.1.** Pengaruh waktu pengadukan terhadap % *recovery* aluminium pada suhu 50 °C dengan menggunakan pelarut HCl sebesar 4 M

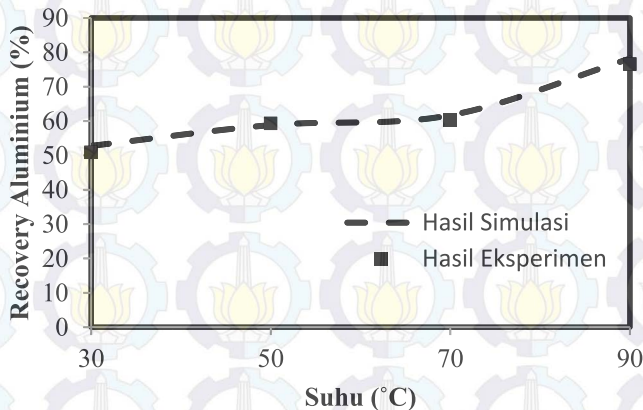
Berdasarkan Gambar 4.1 dapat dilihat bahwa semakin lama waktu pengadukan ekstraksi aluminium maka hasil % *recovery* aluminium yang didapat juga semakin besar, namun sampai waktu tertentu padatan tidak dapat diekstrak lebih lanjut lagi sehingga apabila proses ekstraksi tetap dilanjutkan maka % *recovery* aluminium yang diperoleh tidak akan berbeda jauh dengan hasil % *recovery* yang didapat pada waktu sebelumnya. Semakin meningkatnya % *recovery* seiring dengan waktu ekstraksi ini disebabkan karena semakin lama waktu kontak antara padatan dengan pelarut HCl dan pada waktu tertentu % *recovery* akan konstan disebabkan kecepatan transfer massa yang turun seiring dengan naiknya konsentrasi solute di dalam pelarut sehingga pada suatu saat pelarut tidak mampu mengekstrak lagi sehingga hasil yang didapat konstan (Cheng,2012).

Hasil simulasi ini telah dibandingkan dengan hasil eksperimen yang dapat dilihat pada gambar 4.1. Pada gambar 4.1 dapat dilihat bahwa hasil simulasi hampir sesuai dengan hasil eksperimen (Alun dan Saivi, 2015). Hal ini dibuktikan dengan

rentang error antara hasil simulasi dengan eksperimen sebesar 0,76% - 22,57%.

#### 4.2. Pengaruh Suhu Terhadap % *Recovery* Aluminium

Berdasarkan Hasil simulasi yang dilakukan didapatkan hubungan antara suhu terhadap % *recovery* aluminium yang ditunjukkan oleh **Gambar 4.2**



**Gambar 4.2.** Pengaruh suhu (30°C, 50°C, 70°C, 90°C) terhadap % *recovery* aluminium dengan menggunakan pelarut HCl sebesar 4 M pada  $t = 3600$  detik

Berdasarkan Gambar 4.2 dapat dilihat bahwa semakin tinggi suhu maka %*recovery* aluminium semakin tinggi. Kenaikan % *recovery* aluminium berbanding lurus dengan kenaikan suhu. Hal ini dipengaruhi oleh 3 parameter yaitu koefisien transfer massa antara fluida dengan partikel ( $k_c$ ), konstanta kecepatan reaksi ( $k$ ), dan difusivitas ( $D_c$ ). Nilai parameter-parameter yang digunakan dapat dilihat pada **Tabel 4. 1**

**Tabel 4.1.** Nilai Parameter  $k_c$ ,  $k$ , dan  $D_e$  Pada Suhu (30 °C, 50 °C, 70 °C, dan 90 °C)

Suhu (°C)	$k_c$ (cm/s)	$k$ (cm/s)	$D_e \times 10^5$ (cm <sup>2</sup> /s)
30	0,0041	10,5	6,8
50	0,0045	16,4	8,5
70	0,0047	20,6	9,35
90	0,0049	25,4	9,85

Hasil simulasi ini telah dibandingkan dengan hasil eksperimen yang dapat dilihat pada Gambar 4.2. Nilai  $D_e$  yang digunakan dalam simulasi ini  $<10^{-4}$  cm<sup>2</sup>/s dimana menurut kajian literatur rentang nilai difusivitas untuk solid diantara  $10^{-30}$ - $10^{-4}$  (Geankoplis, 2003). Dari simulasi didapatkan nilai  $D_e$  yang semakin meningkat dengan bertambahnya suhu dikarenakan dengan naiknya suhu akan menyebabkan gerakan molekul pelarut HCl semakin cepat. Selain itu, kenaikan suhu menyebabkan pori-pori padatan mengembang sehingga memudahkan HCl sebagai pelarut untuk berdifusi masuk ke dalam partikel padatan dan melarutkan aluminium didalamnya, semakin banyak pelarut HCl yang berkontak dengan padatan lumpur menyebabkan perpindahan massa solut dari padatan menuju pelarut juga semakin besar (Treyball, 1981). Berdasarkan kajian literatur didapatkan hubungan nilai  $k_c$  dengan suhu yaitu  $k_c = 10^{-9,21} \cdot T^{2,04}$  (Geankoplis, 2003).

Nilai  $k_c$  yang digunakan dari simulasi ini berkisar  $10^{-3}$ - $10^{-2}$  cm/s. Rentang nilai  $k_c$  ini sesuai dengan rentang nilai  $k_c$  yang didapat oleh Cheng (2012), dimana percobaan yang dilakukan Cheng (2012) adalah ekstraksi limbah padat lumpur menggunakan pelarut  $H_2SO_4$ . Dari simulasi didapatkan nilai  $k_c$  yang semakin meningkat, hal ini disebabkan semakin naiknya suhu maka semakin mudah pelarut berdifusi masuk ke dalam padatan sehingga menyebabkan semakin besar pula perpindahan massa antara padatan dengan pelarut yang terjadi. Hal ini sesuai dengan kajian literatur yang menyatakan nilai difusivitas ( $D_e$ ) yang semakin meningkat nilai  $k_c$  juga semakin meningkat.



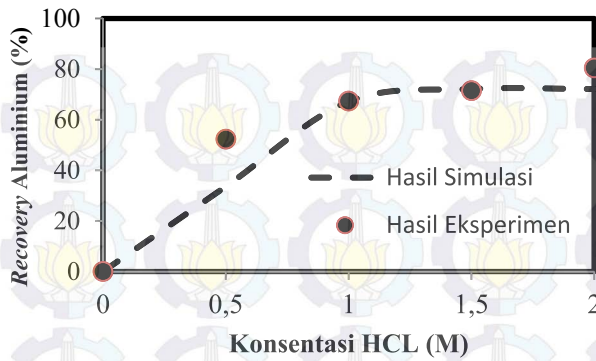
$$k_c = \frac{D_e}{\delta_f}$$

Dimana  $k_c$  = koefisien transfer massa,  $D_e$  = koefisien difusivitas, dan  $\delta_f$  = ketebalan film. Berdasarkan kajian literatur didapatkan hubungan nilai  $k_c$  dengan suhu yaitu  $k_c = 10^{-4,77} \cdot T^{0,965}$  (Geankoplis, 2003)

Kenaikan pergerakan molekul HCl yang disebabkan kenaikan suhu menyebabkan reaksi berlangsung semakin cepat, sehingga nilai  $k$  yang digunakan juga semakin meningkat seiring dengan naiknya suhu. Dengan menggunakan persamaan Arrhenius akan diperoleh persamaan  $k = 2143,081 \exp(-1596,7/T)$ . Hal ini sesuai dengan literatur (Levenspiel, 1999) yang menyatakan konstanta kecepatan reaksi berbanding lurus dengan suhu. Pada Gambar 4.2 dapat dilihat bahwa hasil simulasi hampir sesuai dengan hasil eksperimen yang dilakukan (Alun dan Saivi, 2015). Hal ini dibuktikan dengan rentang error sebesar 0,0075% - 0,038%. Dengan diketahui semua nilai paramater maka dapat diketahui bahwa pada sistem ini yang mengontrol adalah reaksi kimia dengan % *resistance* sebesar 0,042% (Levenspiel, 1999).

#### 4.3 Pengaruh Konsentrasi Pelarut HCl Terhadap % *Recovery* Aluminium

Berdasarkan Hasil simulasi yang dilakukan didapatkan hubungan antara konsentrasi terhadap % *recovery* aluminium yang ditunjukkan oleh **Gambar 4.3**.



**Gambar 4.3.** Pengaruh konsentrasi HCl terhadap % *recovery* aluminium pada suhu 90 °C saat t = 3600 detik

Berdasarkan Gambar 4.3 dapat dilihat bahwa semakin besar konsentrasi yang digunakan semakin besar pula % *recovery* yang didapat. Hal ini dikarenakan semakin tinggi konsentrasi pelarut HCl maka semakin banyak aluminium yang terbentuk sesuai reaksi:



sehingga semakin banyak %*recovery* aluminium yang terbentuk. Pada Gambar 4.3 dapat dilihat bahwa hasil simulasi (Alun dan Saivi, 2015) hampir sesuai dengan hasil eksperimen yang dilakukan Hal ini dibuktikan dengan rentang error antara hasil simulasi dengan eksperimen sebesar 0,22% - 35,76%.

## DAFTAR PUSTAKA

- Ajemba. R.O, Onukwuli.O.D, (2012), "Application of The Shrinking Core Model to The Analysis of Alumina Leaching From Ukpor Clay Using Nitric Acid", *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*, Vol. 1, Issue. 3, hal. 1-13.
- Alun. G, Saivi. B (2015), "Eksperimen Proses Ekstraksi Aluminium dari Limbah Lumpur PDAM di dalam Tangki Berpengaduk", : Laporan Skripsi Jurusan Teknik Kimia FTI – ITS.
- Ariono. D, Mirwan. A, (2008), "Dinamika Tetes dan Koefisien Pindah Massa pada Ekstraksi Cair-Cair dalam Kolom Isian", *Prosiding Seminar Nasional Rekayasa Kimia dan Proses (SRKP)*, Universitas Diponegoro, Semarang.
- Beolchini. F, Papini. M. P, Toro. L, Trifoni. M, Vegli. F, (2001), "Acid Leaching of Manganiferous Ores by Sucrose: Kinetic Modelling and Related Statistical Analysis", *Minerals Engineering*, vol. 14, no. 2, hal. 175-184.
- Cahyana. G. H, (2009), *Pengolahan Lumpur (Sludge Treatment)*, <http://www.airlimbahku.com/2009/10/pengol-lumpur-sludge-treatment.html>, diakses pada tanggal 29 Maret 2014.
- Cheng. W.P, Fu. C.H, Chen. P.H, Yu. R.F, (2012), "Dynamics of aluminum leaching from water purification sludge", *Journal of Hazardous Materials*, Vo. 217-218, hal. 149-155.
- Chiang. K.Y, P.H. Chou, C.R. Hua, K.L. Chien, C. Cheeseman, (2009), "Lightweight Bricks Manufactured from Water Treatment Sludge and Rice Husks", *Journal of Hazardous Materials*, 171, hal. 76-82.
- Evuti. A.M, Lawal. M, (2011), "Recovery of Coagulants from Water Works Sludge: A Review", *Advances in Applied Science Research*, 2 (6), hal. 410-417.

- Fair. G. M, Geyer. J. C, Okun. D. A, (1971), *Elements of Water Supply and Waste Water Disposal*, 2<sup>nd</sup> Edition, Wiley, Tokyo.
- Florenia. S. L, Fadhilah. A, (2010), *Pengolahan Air Baku Menjadi Air Distribusi Menggunakan PAC Liquid sebagai Koagulan di PDAM Bandarmasih Kota Banjarmasin*, Laporan Kerja Praktek, Universitas Lambung Mangkurat, Banjarmasin.
- Geankoplis. C. J, (2003), *Transport Processes and Unit Operations*. 3<sup>rd</sup> edition, Prentice-Hall International, New Jersey.
- Gbor. P. K, Jia. C. Q, (2004), "Critical Evaluation of Coupling Particle Size Distribution With the Shrinking Core Model", *Chemical Engineering Science*, vol. 59, hal. 1979-1987.
- Goto. M, Roy. B.C, Hirose. T, (1996), "Shrinking-Core Leaching Model for Supercritical Fluid Extraction", *The Journal of Supercritical Fluids*, Vol. 9, hal. 128-133.
- Huang. C. H, Wang. S. Y, (2013), "Application of Water Treatment Sludge in the Manufacturing of Lightweight Aggregate", *Construction and Building Materials*, Vol. 43, hal. 174-183.
- Jia. F.H.Z.G, Wang. P.J, Liu. Z.Z, (2003a), "Synthesis of polyaluminum chloride with a membrane reactor: effects of operation modes", *Journal of Membrane Science*, Vol. 227, hal. 15-21.
- Jia. F.H.Z.G, Wang. P.J, Liu. Z.Z, (2005b), "Synthesis of polyaluminum chloride with a membrane reactor: parameters optimization for the in situ synthesis", *Journal of Membrane Science*, Vol. 247, hal. 221-226.
- Keeley. J, Jarvis. P, Judd. S. J, (2012), "An Economic Assessment of Coagulant Recovery from Water Treatment Residuals", *Desalination*, Vol. 287, hal. 132-137.
- Lee. I.H, Wang. Y.J, Chern. J.M, (2005), "Extraction Kinetics of Heavy Metal-Containing Sludge", *Journal of Hazardous Materials*, Vol. B123, hal.112-119.



- Levenspiel. O, (1999), *Chemical Reaction Engineering*, 3<sup>rd</sup> edition, John Wiley & Sons Inc., New York.
- Li. F, Jiang. J.Q, Wu. S, Zhanga. B, (2010), "Preparation and Performance of A High Purity Poly-Aluminum Chloride", *Chemical Engineering Journal*, 156, hal. 64–69.
- Machmudah. S, Sulaswatty. A, Sasaki. M, Goto. M, Hirose. T, (2006), "Supercritical CO<sub>2</sub> Extraction of Nutmeg Oil: Experiments and Modeling", *Journal of Supercritical Fluids*, Vol. 39, hal. 30-39.
- Masides. J, Soley. J, Alvarez. J.M, (1988), "A Feasibility Study of Alum Recovery in Wastewater Treatment Plants", *Water Research Journal*, Vol. 22, No. 4, hal. 399-405.
- Mirwan. A, (2009), "Pemanfaatan Limbah Padat Lumpur PDAM sebagai Tawas Cair untuk Penjernihan Air dari Air Sungai Barito Kalimantan Selatan", *Prosiding Seminar Nasional Inovasi & Aplikasi Teknologi di Industri (SENIATI)*, Institut Teknologi Nasional, Malang.
- Mirwan. A, (2011), "Penjernihan Air Sungai Martapura Kalimantan Selatan Menggunakan Limbah Padat Lumpur PDAM", *Jurnal Purifikasi*, Vol. 12 No.3, hal. 17-24.
- Oliveira. E.L.G, Silvestre. A.J.D, Silva. C.M, (2011), "Review of Kinetic Models for Supercritical Fluid Extraction", *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 89, hal.1104–1117.
- Petruzzelli D, A. Volpe,. N. Limoni,. R. Passino, (2000), "Coagulants Removal and Recovery from Water Clarifier Sludge", *Water Research Journal*, Vol. 34, Issue 7, hal. 2177-2182.
- Prosser. A. P, (1996), "Review of Uncertainty in The Collection and Interpretation of Leaching Data, *Hydrometallurgy*, vol. 41, hal. 119-153.
- Roy. B.C, Goto. M, Hirose. T, (1996), "Extraction of Ginger Oil with Supercritical Carbon Dioxide: Experiments and Modeling", *Industrial & Engineering Chemistry Research.*, Vol. 35, No. 2, hal. 607-612.

- Safari. V, Gilnaz Arzpeyma. G, Rashchi. F, Mostoufi. N, (2009), "A shrinking particle—shrinking core model for leaching of a zinc ore containing silica", *Int. J. Miner. Process*, Vol. 93, hal. 79–83.
- Safarzadeh. M. S, Dhawan. N, Birinci. M, Moradkhani. D, (2011), "Reductive Leaching of Cobalt from Zinc Plant Purification Residues", *Hydrometallurgy*, vol. 106, hal. 51–57.
- Salgin. U, Döker. O, Çalimli. A, (2006), "Extraction of sunflower oil with supercritical CO<sub>2</sub>: experiments and modeling", *Journal of Supercritical Fluids*, vol. 38, hal. 326–331.
- Santos. F. M. F, Pina. P. S, Porcaro. R, Oliveira. V. A, Silva. C. A, Leão. V. A, (2010), The Kinetics of Zinc Silicate Leaching in Sodium Hydroxide, *Hydrometallurgy*, vol. 102, hal. 43–49.
- Sediawan. W.B, Prasetya. A, (1997), *Pemodelan Matematis dan Penyelesaian Numeris dalam Teknik Kimia dengan Pemograman Bahasa Basic dan Fortran*, Penerbit ANDI, Yogyakarta.
- Senanayake. G, (2011), "Acid Leaching of Metals from Deep-Sea Manganese Nodules-A Critical Review of Fundamentals and Applications", *Minerals Engineering*, vol. 24, hal. 1379–1396.
- Silva. L. P. S, Martínez. J, (2014), "Mathematical Modeling of Mass Transfer in Supercritical Fluid Extraction of Oleoresin from Red Pepper", *Journal of Food Engineering*, vol. 133, hal. 30–39.
- Sovova. H, (1994), "Rate of The Vegetable Oil Extraction with Supercritical CO<sub>2</sub> I. Modelling of Extraction Curves", *Chemical Engineering Science*, Vol. 49, No. 3, hal. 409–414.
- Sovova. H, (2005), "Mathematical Model for Supercritical Fluid Extraction of Natural Products and Extraction Curve Evaluation", *Journal of Supercritical Fluids*, vol. 33, hal. 35–52.

- Sujana. M. G, Thakur. R. S, Rao. S. B, (1998), “Removal of Fluoride from Aqueous Solution Using Alum Sludge”, *J. Colloid Interface Sci*, Vol. 206, hal. 94-101.
- Treybal. R. E, (1980), *Mass Transfer Operations*, 3<sup>rd</sup> edition, McGraw-Hill, New York.
- Vries. G. D, (2001), *What is Mathematical Modelling?*, Lecture Note Department of Mathematical Sciences University of Alberta, <http://www.math.ualberta.ca/>
- Wen-Po Cheng. W.P, Fu. C.H, Chen. P.H, Yu. R.F, (2012), “Dynamics of Aluminum Leaching from Water Purification Sludge”, *Journal of Hazardous Materials*, 217– 218, hal. 149– 155.
- Xue. G.R, Yan. Z.C, Wang. Y.C, Wang. N, (2011), —Recycle of Alum Recovered from Water Treatment Sludge in Chemically Enhanced Primary Treatmentl, *Journal of Hazardous Materials*, Vol. 161, hal. 663–669.
- Yuniwati. M, (2012), “Produksi Minyak Biji Kapuk Dalam Usaha Peman Faatan Biji Kapuk Sebagai Sumber Minyak Nabati”, *Jurnal Teknologi Technoscientia*, Vol. 4, No. 2, hal. 202-212.

## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan model simulasi yang telah dibuat, didapatkan kesimpulan sebagai berikut :

1. Pada penelitian ini sudah diselesaikan model matematik simulasi proses ekstraksi aluminiun dari lumpur PDAM di dalam tangki berpengaduk.
2. Korelasi nilai parameter terhadap suhu yang didapat dari hasil fitting parameter:

- Nilai k semakin tinggi dengan meningkatnya suhu

$$k = 2143,081e^{-\frac{1596,7}{T}}$$

- Nilai  $k_c$  semakin tinggi dengan meningkatnya suhu

$$k_c = 10^{-9,21}T^{2,04}$$

- Nilai  $D_e$  semakin tinggi dengan meningkatnya suhu

$$D_e = 10^{-4,77}T^{0,965}$$

3. Beberapa variabel proses yang mempengaruhi *%Recovery* telah dikaji secara eksperimen dan simulasi, dan dihasilkan hasil sebagai berikut:

- Semakin lama waktu ekstraksi, *% recovery* yang didapat semakin besar dengan error antara hasil simulasi dengan eksperimen sebesar 0,76% - 22.57%.
- Semakin tinggi suhu, *% recovery* yang didapat semakin besar dengan error antara hasil simulasi dengan hasil eksperimen sebesar 0,0075% - 0.038%.
- Semakin besar konsentrasi pelarut HCl, *% recovery* yang didapat semakin besar dengan error antara hasil simulasi dengan hasil eksperimen sebesar 0,22% - 35,76%.



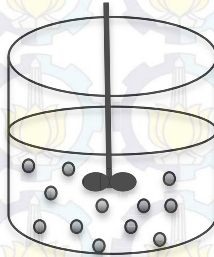
## 5.2. Saran

1. Simulasi divalidasi dengan data yang lebih valid untuk meningkatkan akurasi dari model matematik simulasi yang dibuat.
2. Simulasi dilakukan dengan konsentrasi HCl yang lebih rendah ( $< 2M$ ) agar terlihat perubahan yang signifikan dari % *recovery*.
3. Mengoptimasi nilai parameter-parameter yang didapat agar didapat hasil yang akurat.

## APPENDIKS A PENYELESAIAN NUMERIK

### ➤ **Modek Agitated Leaching**

Asumsi : teraduk sempurna dan partikel berbentuk bola



Tangki berpengaduk

$$\bar{R} = -D_e \frac{dC_{A(R)}}{dr} \Big|_{r=R}$$

$$\text{luas partikel (A)} = 4\pi R^2$$

$$\text{volume solid partikel (V}_p\text{)} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\text{volume cair (V}_c\text{)} = \frac{\text{volume solid partikel } \varepsilon_L}{(1 - \varepsilon_L)}$$

$$\text{volume cair (V}_c\text{)} = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3 \varepsilon_L}{(1 - \varepsilon_L)}$$

$$a = \frac{\text{luas partikel}}{\text{volume cair}}$$

$$a = \frac{4\pi R^2}{\frac{4}{3}\pi R^3 \varepsilon_L (1 - \varepsilon_L)}$$

$$\varepsilon_L = \frac{V_c}{V_c + \text{volume solid partikel}}$$

- **Laju perpindahan massa dari pelarut HCl menuju partikel**

$$V_c \frac{dC_{AL}}{dt} = \bar{R} a V_c$$

$$\frac{dC_{AL}}{dt} = k_c (C_{A(R)} - C_{AL}) \frac{4\pi R^2}{\frac{4}{3}\pi R^3 \varepsilon_L (1 - \varepsilon_L)}$$

$$\frac{dC_{AL}}{dt} = \frac{3 k_c}{b R} \frac{(1 - \varepsilon_L)}{\varepsilon_L} (C_{A(R)} - C_{AL})$$

- **Laju perpindahan massa dari padatan lumpur menuju pelarut HCl**

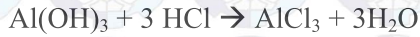
$$\text{Volume solid padatan} \frac{d\bar{q}}{dt} = \bar{R} a V_c$$

$$\frac{\text{massa padatan } d\bar{q}}{\rho \text{ padatan } dt}$$

$$= k_c (C_{A(R)} - C_{AL}) \frac{4\pi R^2}{\frac{4}{3}\pi R^3 \varepsilon_L (1 - \varepsilon_L)} \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \varepsilon_L}{(1 - \varepsilon_L)}$$

$$\frac{d\bar{q}}{dt} = \frac{4\pi R^2 k_c \rho \text{ padatan}}{b \text{ massa padatan}} (C_{A(R)} - C_{AL})$$

➤ **Reaksi kimia yang terjadi pada saat proses ekstraksi:**



b = koefisien reaksi HCl

$$\frac{dC_{AL}}{dt} = \frac{3 k_c}{b R} \frac{(1 - \varepsilon_L)}{\varepsilon_L} (C_{A(R)} - C_{AL})$$

$$\frac{dC_{AL}}{dt} = \frac{3 k_c}{3 R} \frac{(1 - \varepsilon_L)}{\varepsilon_L} (C_{A(R)} - C_{AL})$$

$$\frac{dC_{AL}}{dt} = \frac{k_c}{R} \frac{(1 - \varepsilon_L)}{\varepsilon_L} (C_{A(R)} - C_{AL})$$

$$\frac{d\bar{q}}{dt} = \frac{4\pi R^2 k_c \rho \text{ padatan}}{b \text{ massa padatan}} (C_{A(R)} - C_{AL})$$

$$\frac{d\bar{q}}{dt} = \frac{4\pi R^2 k_c \rho \text{ padatan}}{3 \text{ massa padatan}} (C_{A(R)} - C_{AL})$$

➤ **Neraca massa sistem :**

Akumulasi = input – output + generasi – konsumsi

Asumsi : pseudo-steady state

$$0 = N_{\Delta r|r} - N_{\Delta r|r+\Delta r} \quad \text{dibagi dengan } \Delta r$$



$$0 = -\frac{N_{\Delta r|r+\Delta r} + N_{\Delta r|r}}{\Delta r}$$

$$-\frac{dN_{\Delta r}}{dr} = 0$$

$$\frac{dN_{\Delta r}}{dr} = 0$$

$$N_{\Delta r} = -D_e 4\pi r^2 \frac{dC_{A(R)}}{dr}$$

$$-\frac{d}{dr} \left( -D_e 4\pi r^2 \frac{dC_{A(R)}}{dr} \right) = 0$$

$$4\pi D_e \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dC_{A(R)}}{dr} \right) = 0$$

$$\frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dC_{A(R)}}{dr} \right) = 0$$

$$r^2 \frac{dC_{A(R)}}{dr} = k_1$$

$$\int dC_{A(R)} = \int \frac{k_1}{r^2} dr$$

$$C_{A(R)} = -\frac{k_1}{r} + k_2$$

➤ **B. C 1** → **r = r<sub>c</sub>**

$$D_e \frac{dC_{A(R)}}{dr} = k C_{A(R)}$$

Substitusi  $C_{A(R)}$  untuk mendapatkan nilai  $k_1$

$$D_e \frac{k_1}{r^2} = k \left( -\frac{k_1}{r} + k_2 \right)$$

$$D_e k_1 = k r^2 \left( -\frac{k_1}{r} + k_2 \right)$$

$$D_e k_1 = -k k_1 r + k k_2 r^2$$

$$D_e k_1 + k k_1 r = k k_2 r^2$$

$$(D_e + k r) k_1 = k k_2 r^2$$

$$k_1 = \frac{k k_2 r^2}{(D_e + k r)}$$

mengganti nilai r dengan rc

$$k_1 = \frac{k k_2 r_c^2}{(D_e + k r_c)}$$

➤ **B.C 2 → r = R**

$$-D_e \frac{dC_{A(R)}}{dr} = k_c (C_{A(R)} - C_{AL})$$

$$-D_e \frac{k_1}{r^2} = k_c \left( -\frac{k_1}{r} + k_2 - C_{AL} \right)$$

substitusi nilai  $k_1$  dan  $C_{A(R)}$  untuk mendapatkan nilai  $k_2$

$$-D_e \frac{k k_2 r_c^2}{(D_e + k r_c) r^2} = k_c \left( -\frac{k k_2 r_c^2}{(D_e + k r_c) r} + k_2 - C_{AL} \right)$$

$$-D_e \frac{k k_2 r_c^2}{(D_e + k r_c) r^2} = -\frac{k_c k k_2 r_c^2}{(D_e + k r_c) r} + k_c k_2 - k_c C_{AL}$$

mengganti nilai r dengan R

$$-D_e \frac{k k_2 r_c^2}{(D_e + k r_c) R^2} + \frac{k_c k k_2 r_c^2}{(D_e + k r_c) R} - k_c k_2 = -k_c C_{AL}$$

$$\left( \frac{-D_e k r_c^2 + R k_c k r_c^2 - (D_e + k r_c) R^2 k_c}{(D_e + k r_c) R^2} \right) k_2 = -k_c C_{AL}$$

$$k_2 = \frac{-k_c C_{AL} (D_e + k r_c) R^2}{-D_e k r_c^2 + R k_c k r_c^2 - (D_e + k r_c) R^2 k_c}$$

$$k_2 = \frac{k_c C_{AL} (D_e + k r_c) R^2}{D_e k r_c^2 - R k_c k r_c^2 + (D_e + k r_c) R^2 k_c}$$

$$k_2 = \frac{k_c C_{AL} (D_e + k r_c) R^2}{D_e (k r_c^2 + R^2 k_c) + k_c k (r_c R^2 - r_c^2 R)}$$

substitusi nilai  $k_2$  pada  $k_1$

$$k_1 = \frac{k k_c C_{AL} (D_e + k r_c) R^2 r_c^2}{(D_e + k r_c) D_e (k r_c^2 + R^2 k_c) + k_c k (r_c R^2 - r_c^2 R)}$$

$$k_1 = \frac{k k_c C_{AL} R^2 r_c^2}{D_e (k r_c^2 + R^2 k_c) + k_c k (r_c R^2 - r_c^2 R)}$$

substitusi nilai  $k_1$  dan  $k_2$  pada  $C_{A(R)}$  dan  $r = R$

$$C_{A(R)} = -\frac{k_1}{R} + k_2$$

$C_{A(R)}$

$$= - \frac{k k_c C_{AL} R^2 r_c^2}{D_e (k r_c^2 + R^2 k_c) + k_c k (r_c R^2 - r_c^2 R) R} + \frac{k_c C_{AL} (D_e + k r_c) R^2}{D_e (k r_c^2 + R^2 k_c) + k_c k (r_c R^2 - r_c^2 R)}$$

➤ **Menghitung % *Recovery***

$$\% recovery = \frac{q_0 - \bar{q}}{q_0} \times 100\%$$

➤ **Menghitung % *Error***

$$\% error = \frac{\% recovery \text{ eksperimen} - \% recovery \text{ simulasi}}{\% recovery \text{ eksperimen}}$$



## APPENDIKS B

### DATA HASIL SIMULASI

**Tabel B.1.** Pengaruh waktu ekstraksi terhadap % *recovery*

Waktu (detik)	<i>Recovery</i> Simulasi (%)	<i>Recovery</i> Eksperimen (%)	Error (%)
600	31,98	41,30	22,57
1200	48,16	56,55	14,84
1800	55,03	53,84	2,21
2400	57,60	59,06	2,47
3000	58,50	56,72	3,14
3600	58,81	59,26	0,76

**Tabel B.2.** Pengaruh suhu terhadap % *recovery*

Suhu (°C)	<i>Recovery</i> Simulasi (%)	<i>Recovery</i> Eksperimen (%)	Error (%)
30	52,78	50,85	0,038
50	58,82	59,26	0,0075
70	61,69	60,31	0,023
90	78,15	76,54	0,021

**Tabel B.3.** Pengaruh konsentrasi pelarut HCL terhadap % *recovery*

Konsentrasi (M)	<i>Recovery</i> Simulasi (%)	<i>Recovery</i> Eksperimen(%)	Error (%)
0,5	33,6	52,3	35,76
1	67,2	67,35	0,22
1,5	72,14	71,48	0,92
2	72,14	80,42	10,30

## APPENDIKS C

### LISTINGAN PROGRAM

#### MATLAB 7.1

```

clc;
clear;
clf;

Dp = 0.059; %Diameter partikel(cm)= 200-325 mesh
HCl = 146; %Konsentrasi HCl dalam larutan (g/L)
Vc = 250; %Volume larutan HCl(cm3)
De = 0.000085; %koefisien Difusivitas padatan (cm2/s)
q0 = 1.362; %Konsentrasi Al2O3 mula2 dalam partikel(g/L)
R = 0.5*Dp; %jari-jari partikel (cm)
Cal = 0.0045; % konsentrasi HCl dalam larutan (kmol/m3)
kc = 0.0045; %koefisien perpindahan massa eksternal (cm/s)
k = 16.4; %Konstanta kecepatan reaksi (cm/s)
b = 3; %koefisien reaksi HCl:  $\text{Al}(\text{OH})_3 + 3\text{HCl} \rightarrow \text{AlCl}_3 + 3\text{H}_2\text{O}$ 
Vpart = 0.0001075; %Volume Partikel LPL (cm3)

[t,Y]=ode45('lpl_react',[0:5:3600],[HCl;q0]);
[t,Y];
C=Y(:,1); % konsentrasi HCl dalam larutan
q=Y(:,2); % konsentrasi Aluminium dalam padatan
deltaT=5;
np=600/deltaT; %sekon
n=3600/deltaT; %sekon
nn = n/np;%fungsinya agar data terbaca dalam grafik

RECAexp=[0 41.3 56.55 53.84 59.06 56.72 59.26];
disp([' t      K1      K2      Ca(R)      C      q      RECA      ']);
disp(['===== ===== ===== ===== =====']);
disp(['===== =====']);

for i=1:n+1
    REC(i)=((q0-q(i))/q0)*100;

```

$$k1(i)=(k*kc*C(i)*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)^2*R^2)/(kc*k*(R^2*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)-R*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)^2)+De*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)^2*k+kc*R^2));$$

$$k2(i)=(kc*C(i)*R^2*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)*k+De)/(kc*k*(R^2*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)-R*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)^2)+De*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)^2*k+kc*R^2));$$

$$M(i)=(k*kc*C(i)*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)^2*R^2)/(R*(kc*k*(R^2*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)-R*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)^2)+De*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)^2*k+kc*R^2)))+...$$

$$(kc*C(i)*R^2*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)*k+De)/(kc*k*(R^2*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)-R*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)^2)+De*(((q(i)/q0)^{(1/3)})*R)^2*k+kc*R^2));$$

End

```
for i=1:nn+1;
    ii = 1 + (i-1)*np;
    tt=t(ii);
    CC=C(ii);
    qq=q(ii);
    BB=k1(ii);
    DD=k2(ii);
    MM=M(ii);
    ta(i)=t(ii);
    Ci(i)=C(ii);
    RECA=REC(ii);
```

```

disp([' ', num2str(tt),' ', num2str(BB),' ', num2str(DD),' ',
num2str(MM),' ', num2str(CC),' ', num2str(qq),' ',
num2str(RECA)])
end
disp([' error']);
disp([' =====']);

sigma1=0;
sigma2=0;
for i=2:nn+1
    sigma1=sigma1+((RECA-RECAexp(i))^2);
    sigma2=sigma2+((RECAexp(i))^2);
    eror=sqrt(sigma1/sigma2);
    persenerr=((RECAexp(i)-RECA)/RECAexp(i))*100;
    disp([' ',num2str(persenerr)])% mencari persen error
end

%subplot(1,3,1)
figure(1)
% title ('Profil ekstraksi Al2O3')
title ('Profil ekstraksi Al(III)')
plot(t,q,':g')
xlabel('Waktu Pengadukan (detik)')
% ylabel('Konsentrasi Al2O3 (gr/ml)')
ylabel('Konsentrasi(gr/ml)')
% legend('Konsentrasi AlO3 dalam larutan','Konsentrasi Al2O3
dalam padatan',2)
legend('Konsentrasi Alluminium dalam padatan',2)

%subplot(1,3,2)
figure(2)
title ('Fitting Dari data Eksperiment')
% plot(ta,Ci,'-r',ta,Cexp,'o')
plot(t,C,'-r')

```



```

xlabel('waktu leaching (detik)')
% ylabel('Konsentrasi Al2O3 (gr/ml)')
ylabel('Konsentrasi HCl (gr/ml)')
% legend('Konsentrasi Al2O3 model','konsentrasi Al2O3
eksperimen',2)
legend('Konsentrasi HCl dalam larutan',2)

%subplot(1,3,3)
figure(3)
% title ('Pengaruh Waktu Terhadap Persen Recovery Al2O3')
title ('Pengaruh Waktu Terhadap Persen Recovery Al(III)')
plot(t,REC,'b',ta,RECAexp,')
% xlabel('Waktu (detik)')
xlabel('Waktu leaching (detik)')
% ylabel('Recovery Al2O3 (%)')
ylabel('Recovery Al(III) (%)')
% legend('%Recovery aluminium',2)
legend('% Recovery Aluminium Simulasi', '% Recovery
Aluminium Eksperimen',2)

```

```

function dY = lpl_react(t,Y)
Dp = 0.059; %Diameter partikel(cm)= 262.5 mesh
Vc = 250; %Volume pelarut HCl(cm3)
De = 0.000085; %koefisien Difusivitas padatan (cm2/s)
q0 = 1.362; %Konsentrasi Al2O3 mula2 dalam partikel (g/L)
R = 0.5*Dp; %jari-jari partikel (cm)
kc = 0.0045; %koefisien perpindahan massa eksternal (cm/s)
k = 16.4; %Konstanta kecepatan reaksi (cm/s)
b = 3; %koefisien reaksi HCl: Al(OH)3 + 3HCl --- AlCl3 3H2O
Vpart = 0.0001375; %Volume Partikel LPL (cm3)
epsilon = Vc/(Vc+Vpart);
Mpart= 3; %massa partikel (gram)
rho= 1.12; %densitas partikel (gram/mL)

k1=(k*kc*Y(1)*(((Y(2)/q0)^(1/3))*R)^2*R^2)/(kc*k*(R^2*(((Y(
2)/q0)^(1/3))*R)-
R*(((Y(2)/q0)^(1/3))*R)^2)+De*(((Y(2)/q0)^(1/3))*R)^2*k
+kc*R^2));
k2=(kc*Y(1)*R^2*(((Y(2)/q0)^(1/3))*R)*k+De)/((kc*k*(R^2*((
(Y(2)/q0)^(1/3))*R)-
R*((Y(2)/q0)^(1/3))*R)^2)+De*(((Y(2)/q0)^(1/3))*R)^2*k
+kc*R^2));
Ci=-k1/R+k2; % konsentrasi HCl dalam padatan
dY(1,:)=3*kc*(1-epsilon)/(R*epsilon*b)*(Ci-Y(1));
%konsentrasi HCl dalam larutan
dY(2,:)=4*3.14*kc*R^2*rho/(b*Mpart)*(Ci-Y(1)); % konsentrasi
aluminium

```